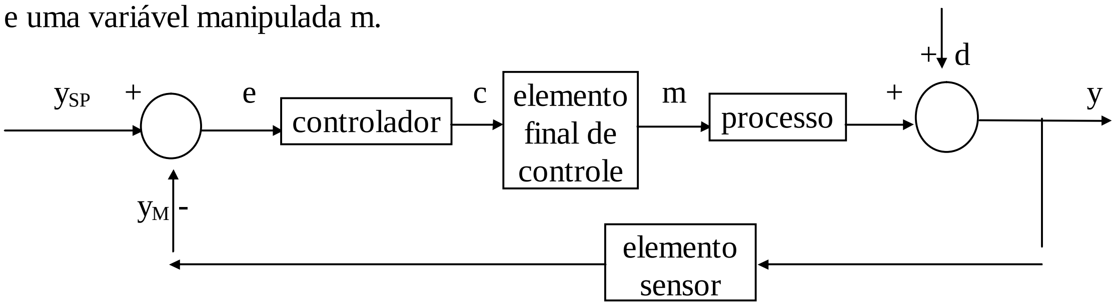
9 - CONTROLE EM “FEEDBACK”.

Considere o processo generalizado, a seguir. Ele tem uma saída y, uma perturbação d, e uma variável manipulada m.



A perturbação, também conhecida como carga, muda de uma forma imprevisível e o nosso objetivo de controle é manter o valor da saída y em um valor desejado, y_{SP}. Uma ação em “feedback” possui as seguintes etapas:

i) medir o valor da saída (vazão, pressão, nível de líquido, temperatura, composição) usando o instrumento de medida conveniente;

ii) comparar o valor indicado y_M com o valor desejado, y_{SP} (“set point”) da saída . Assim, definimos e como sendo y_{SP} - y_M ($e = y_{SP} - y_M$);

iii) o valor do desvio e é fornecido ao controlador. O controlador, por sua vez, muda o valor da variável manipulada de modo a reduzir a magnitude do desvio e. Usualmente, o controlador não afeta a variável manipulada diretamente, mas através de um outro instrumento (usualmente uma válvula de controle) chamado de elemento final de controle,

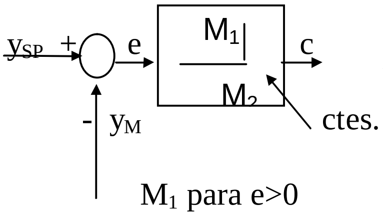
Quando a perturbação d muda, a resposta é conhecida como ***resposta em “loop” aberto*** e quando a variável manipulada m muda a resposta é conhecida como ***resposta em “loop” fechado*** .

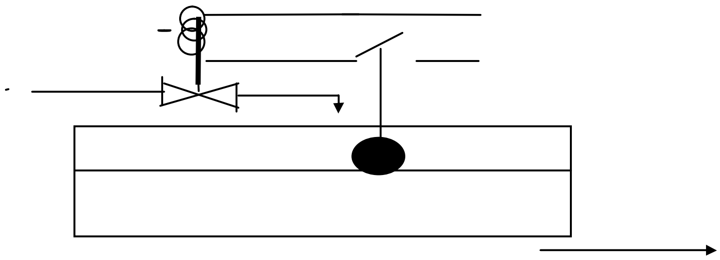
TIPOS DE CONTROLADORES EM “FEEDBACK”

Entre o instrumento de medida e o elemento final de controle fica o controlador, segundo a representação de uma malha em “feedback”, mostrada acima. Sua função é receber o sinal do medidor y_M e compará-lo com o sinal do valor desejado y_{SP} para produzir o sinal atuante c(t) de modo a fazer com que a saída seja cada vez mais próxima do valor desejado. Portanto, a entrada do controlador é o sinal $e(t) = y_{SP} - y_M$ e a saída é c(t). Os vários tipos de controladores em “feedback” diferem no modo que eles relacionam a saída c(t) com a entrada e(t). O sinal de saída de um controlador “feedback” depende de sua construção e seu sinal atuante pode ser um sinal pneumático (ar comprimido) para controladores pneumáticos ou um sinal elétrico para controladores elétricos.

CONTROLADORES ON/OFF

Neste tipo de controlador o elemento atuante possui apenas duas posições fixas : ligado (ON) ou desligado (OFF). Trata-se de um controle relativamente simples e barato, sendo extensivamente utilizado tanto em sistemas de controles industriais como domésticos. Como exemplo, pode-se citar às válvulas operadas por solenóides elétricos.





M_1 para e>0
M_2 para e<0

Há ainda três tipos básicos (e que são os mais comuns) de controladores "feedback": proporcional (P), proporcional-integral (PI) e proporcional-integral-derivativo (PID).

<u>CONTROLADOR PROPORCIONAL</u>

Sua saida atuante é proporcional ao erro:

$$c(t) = K_C . e(t) + c_S$$

onde K_C é o ganho proporcional do controlador e c_S é o sinal "bias" do controlador para quando e = 0.

O sinal do controlador é descrito pelo valor de seu *ganho proporcional* K_C ou equivalentemente por sua banda proporcional (PB), onde PB = $100/K_C$. A banda proporcional caracteriza a faixa sobre a qual o erro precisa mudar para conduzir um sinal atuante do controlador sobre sua faixa total. Usualmente

$$1 \leq PB \leq 500 .$$

É claro que "quanto maior o ganho K_C, ou equivalentemente, quanto menor a banda proporcional, maior a sensibilidade do sinal atuante com relação ao desvio e". Defini-se

$$c'(t) = c(t) - c_S .$$

Então

$$c'(t) = K_C .e(t).$$

Desta equação, a Transformada de Laplace resulta na função de transferência do controlador proporcional.

$$G(s) = K_C$$

<u>CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL</u>

Mais comumente conhecido como controlador proporcional-mais-reset . Seu sinal atuante se relaciona com o erro e pela seguinte equação.

$$c'(t) = K_C . e(t) + \frac{K_C}{\tau_I} . \int_0^t e(t).dt$$

onde τ_I é a constante de tempo ou "reset" normalmente em minutos. O "reset" é um parâmetro ajustável e algumas vezes é referido como "minutos por repetição". Usualmente, ele varia na faixa de

$$0{,}1 \leq \tau_I \leq 50 \min .$$

Alguns fabricantes não calibram seus controladores em termos de τ_I , mas em termos do recíproco, ($1/ \tau_I$) - repetições por minuto - também conhecido como taxa de "reset".

A função de transferência para este controlador é dada por

$$G(s) = K_C.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.s}\right).$$

CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO

È o controlador industrial mais utilizado. Também é conhecido como controlador proporcional-mais-reset-mais-taxa. O sinal de saída do controlador é dado por

$$c^{'}(t) = K_C.e(t) + \frac{K_C}{\tau_I}.\int_0^t e(t).dt + K_C.\tau_D.\frac{de(t)}{dt}$$

onde τ_D é a constante de tempo, normalmente, dado em minutos.

Com a presença do termos derivativo (de(t)/dt), o PID antecipa ao desvio e aplica uma ação de controle que é proporcional à taxa de mudança corrente da mudança de erro. Devido a esta propriedade, a ação de controle derivativa é referida como ação antecipatória. As maiores desvantagens da ação de controle derivativa são as seguintes:

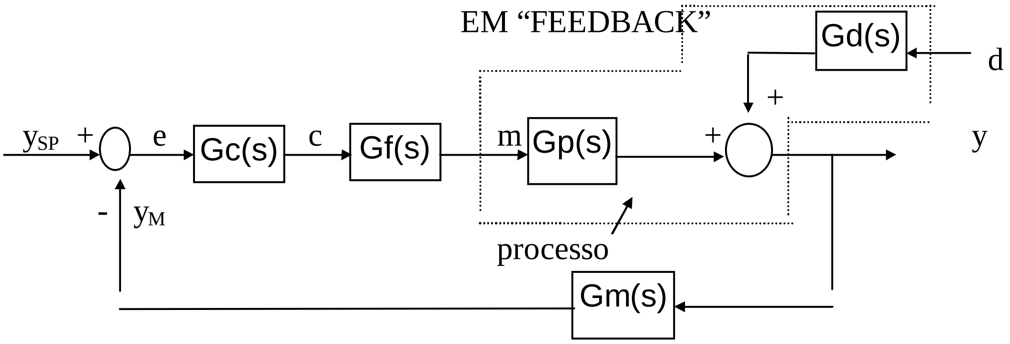
i) para uma resposta com desvio e não-nulo constante ele não fornece nenhuma ação de controle;

ii) para uma resposta com ruído e erro quase zero ele pode computar grandes derivadas resultando em uma ação de controle extensa sem necessidade.

A função de transferência desta ação de controle é dada por

$$G(s) = K_C.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.s} + \tau_D.s\right)$$

ANÁLISE DA RESPOSTA NO DOMÍNIO DO TEMPO EM MALHAS DE CONTROLE EM "FEEDBACK"



Considere a malha em “feedback” acima. Para cada um dos quatro elementos da malha (processo , instrumento sensor, controlador, elemento final), nós podemos escrever funções de transferência relacionando suas saídas e suas entradas. Em particular, se nós negligenciarmos a dinâmica das linhas de transmissão, nós teríamos

$$
\begin{aligned}
&\text{processo:}\\
&Y(s) = G_P(s).M(s) + G_D(s).D(s)\\
&\text{sensor:}\\
&Y_M(s) = G_M(s).Y(s)\\
&\text{controlador:}\\
&E(s) = Y_{SP}(s) - Y_M(s)\\
&C(s) = G_C(s).E(s)\\
&\text{elem. final:}\\
&M(s) = G_F(s).C(s)
\end{aligned}
$$

A série de blocos entre o comparador da saída controlada (Gc,Gf,Gp) constituem o ramo “forward” e o bloco Gm é o ramo “feedback” entre a saída controlada e o comparador. Fazendo as reduções dos blocos e encontrando as funções de transferência que relacionam a saída y com a entrada do valor desejado, y_{SP}, e a saída y com a perturbação , d, nós obtemos o seguinte.

$$Y(s) = \frac{G_P(s).G_F(s).G_C(s)}{1 + G_P(s).G_F(s).G_C(s).G_M(s)}.Y_{SP}(s) + \frac{G_D(s)}{1 + G_P(s).G_F(s).G_C(s).G_M(s)}.D(s)$$

A expressão acima dá a resposta em “loop” fechado do sistema de controle. Nós notamos que ela é composta por dois termos. O primeiro termo mostra o efeito que uma mudança no “set point” causa na resposta e o segundo, analogamente, mostra o efeito de uma perturbação na resposta deste sistema.

$$G_{SP}(s) = \frac{G_P(s).G_F(s).G_C(s)}{1 + G_P(s).G_F(s).G_C(s).G_M(s)}$$

$$G_{carga}(s) = \frac{G_D(s)}{1 + G_P(s).G_F(s).G_C(s).G_M(s)}$$

observação: repare que o denominador das funções de transferência do “set point” e da carga é o mesmo e igual a 1 + produto das funções de transferência no “loop”; repare, também, que o numerador das funções de transferência devido a cada entrada, é o produto das funções de transferência no ramo “forward” para cada uma.

EFEITO DA AÇÃO DE CONTROLE PROPORCIONAL NA RESPOSTA DE UM PROCESSO CONTROLADO

Inicialmente, vamos fazer $G_M(s) = 1$ e $G_F(s) = 1$, ou seja, vamos supor que a malha em “feedback” seja influenciada apenas pelas dinâmicas do processo e da ação de controle, que neste caso será proporcional. Logo, $G_C(s) = K_C$. Vamos continuar a trabalhar com a nossa malha com duas entradas (y_{SP}, d) e uma saída (y). Assim, a resposta y será dada através da seguinte expressão.

$$Y(s) = \frac{G_P(s).K_C}{1+G_P(s).K_C}.Y_{SP}(s) + \frac{G_D(s)}{1+G_P(s).K_C}.D(s)$$

SISTEMAS DE PRIMEIRA ORDEM

$$\tau_p.\frac{dy}{dt} + y = K_P.m + K_D.d$$

$$y(0) = m(0) = d(0) = 0$$

$$Y(s) = \frac{K_P}{\tau_P.s+1}.M(s) + \frac{K_D}{\tau_P.s+1}.D(s)$$

Assim para o processo não controlado nós temos:

τ_P , que é a constante de tempo do processo,

K_P , K_D , que são os ganhos para cada entrada.

$$G_P(s) = \frac{K_P}{\tau_P.s+1}$$

$$G_D(s) = \frac{K_D}{\tau_P.s+1}$$

A resposta em “loop” fechado (processo controlado por uma ação de controle proporcional, no caso) ficará o seguinte.

$$Y(s) = \frac{K_P.K_C}{\tau_P.s+1+K_P.K_C}.Y_{SP}(s) + \frac{K_D}{\tau_P.s+1+K_P.K_C}.D(s)$$

fazendo

$$\tau'_P = \frac{\tau_P}{1+K_P.K_C}$$

$$K'_P = \frac{K_P.K_C}{1+K_P.K_C}$$

$$K'_D = \frac{K_D}{1+K_P.K_C}$$

Assim

$$Y(s) = \frac{K'_P}{\tau'_P.s+1}.Y_{SP}(s) + \frac{K'_D}{\tau'_P.s+1}.D(s)$$

Os parâmetros K'_P e K'_D são conhecidos como os ganhos estáticos em “loop” fechado.

As características de um sistema em “loop” fechado, de primeira ordem, são as seguintes:

i) ele permanece de primeira ordem com respeito as suas entradas (“set point” e carga, ou perturbação);

ii) a constante de tempo foi reduzida; isto é, $\tau'_P < \tau_P$: isto significa que a resposta em "loop" fechado fica mais rápida, do que a resposta em "loop" aberto no "set point" e na carga;

iii) o ganho foi diminuído.

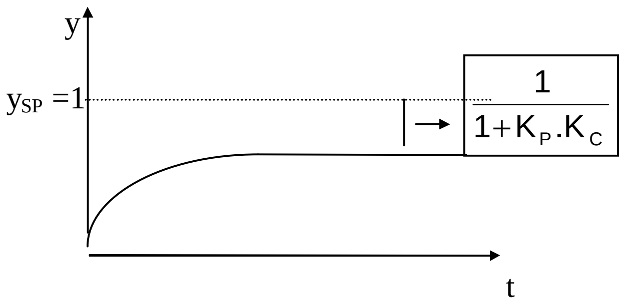
Para ganhar uma melhor percepção do efeito do controlador proporcional, vamos considerar uma entrada em degrau unitário no "set point" e na carga e examinar a resposta em "loop" fechado.

Inicialmente, $y_{SP} = 1$ e $d = 0$. Assim

$$Y(s) = \frac{K'_P}{\tau'_P.s + 1}.\frac{1}{s}$$

e, após inversão

$$y(t) = K'_P.\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_P}}\right)$$



A figura acima mostra a resposta do sistema em "loop" fechado para uma entrada em degrau unitário no "set point". Nós notamos que "o último valor da resposta, para tempos muito grandes, nunca alcança o valor desejado, o novo "set point". Há sempre um discrepância, chamada OFFSET, que é dado por

offset = (novo set point)-(último valor de resposta)".

Para a análise que está sendo feita

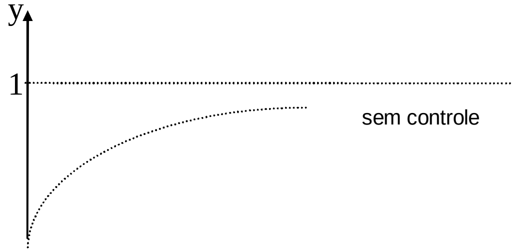
$$\text{offset} = 1 - K'_P = 1 - \frac{K_P.K_C}{1+K_P.K_C} = \frac{1}{1+K_P.K_C}$$

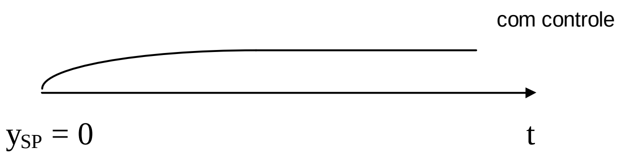
O "offset" é o efeito característico do controle proporcional. Ele diminui quando K_C aumenta e, teoricamente,

$$\text{offset} \to 0 \qquad \text{quando} \qquad K_C \to \infty.$$

Agora, fazendo $y_{SP} = 0$ e dando um degrau unitário na carga ($d = 1$), teremos

$$Y(s) = \frac{K'_D}{\tau'_P.s + 1}.\frac{1}{s}$$





$$y(t) = K'_D.\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_P}}\right)$$

O gráfico acima mostra a resposta a uma mudança em degrau unitário na carga. Nós notamos, novamente, que o controlador proporcional não pode manter a resposta no valor desejado além de exibir um “offset”:

$$\text{offset} = 0 - K'_D = -\frac{K_D}{1 + K_P.K_C}.$$

O benefício do controlador proporcional na presença de mudanças na carga (ou perturbação) é mostrado no gráfico acima. Apesar dele não poder manter a resposta do processo no “set point” e introduzir um “offset”, a resposta é muito mais próxima do “set point” do que seria se nenhuma forma de controle fosse utilizada. E, mais uma vez, quando aumentamos o valor de K_C, o “offset” diminui.

Apesar do “offset” tender a zero quando aumentamos o valor de K_C, nós não poderemos utilizar grandes valores para K_C no controlador proporcional. A razão será melhor discutida quando estivermos falando sobre estabilidade.

SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM

A função de transferência de um processo de segunda ordem é

$$G_P(s) = \frac{Y(s)}{M(s)} = \frac{K_P}{\tau^2.s^2 + 2.\zeta.\tau.s + 1}$$

Colocando esta expressão na malha em “feedback” estudada com processo de primeira ordem e submetendo-a a uma entrada em degrau unitário no “set point” (y_{SP} = 1 e d = 0), vamos ter o seguinte (para sistemas de segunda ordem só veremos alterações no “set point” já que alterações na carga têm comportamento análogo).

$$Y(s) = \frac{K'_P}{\tau'^2 s^2 + 2.\zeta'.\tau'.s + 1}.Y_{SP}(s)$$

onde

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 + K_P.K_C}}$$

$$\zeta' = \frac{\zeta}{\sqrt{1 + K_P.K_C}}$$

$$K'_P = \frac{K_P}{\sqrt{1 + K_P.K_C}}$$

A resposta em "loop" fechado de um sistema de segunda ordem controlado por uma ação proporcional tem as seguintes características:

i) ela permanece de segunda ordem;

ii) o ganho diminui;

iii) o período natural e o fator de amortecimento. Isto implica que em um processo sobreamortecido, com K_C apropriado, pode ficar subamortecido (oscilatório).

Consideremos uma entrada em degrau unitário no "set point".

$$Y(s) = \frac{K'_P}{\tau'^2.s^2 + 2.\zeta'.\tau'.s + 1}.\frac{1}{s}$$

Dependendo do valor de ζ ', a inversa da expressão acima pode ser dada como sobreamortecida, criticamente amortecida ou subamortecida e, independentemente do valor particular de ζ' , o último valor de resposta de y(t) é dado pelo teorema do valor final. Assim

$$y(t \to \infty) = \lim_{s \to 0}\left[s.Y(s)\right] = K'_P = \frac{K_P.K_C}{1 + K_P.K_C}.$$

Conseqüentemente, nós, novamente, presenciamos um "offset".

$$\text{offset} = \text{novo set point - ultimo valor de resposta}$$

$$\text{offset} = 1 - \frac{K_P.K_C}{1 + K_P.K_C}$$

Novamente, offset tende a zero com o aumento de K_C.

EFEITO DA AÇÃO DE CONTROLE INTEGRAL NA RESPOSTA DE UM PROCESSO CONTROLADO

Utilizando apenas mudanças no "set point" por razões já mostradas, anteriormente, teremos

$$Y(s) = \frac{G_P.G_F.G_C}{1 + G_P.G_F.G_C.G_M}.Y_{SP}(s)$$

e, por simplicidade, $G_M = G_F = 1$; para um processo de primeira ordem, teremos:

$$G_P = \frac{K_P}{\tau_P.s + 1}$$

e, para uma simples ação de controle integral

$$G_C = K_C.\frac{1}{\tau_I.s}.$$

Substituindo G_P, G_F, G_C e G_M na função de transferência G_{SP} , teremos.

$$Y(s)=\frac{\left(\frac{K_P}{\tau_P.s+1}\right).\left(K_C.\frac{1}{\tau_I.s}\right)}{1+\left(\frac{K_P}{\tau_P.s+1}\right).\left(K_C.\frac{1}{\tau_I.s}\right)}.Y_{SP}(s)$$

ou

$$Y(s)=\frac{1}{\tau^2.s^2+2.\zeta.\tau.s+1}.Y_{SP}(s)$$

onde

$$\tau=\sqrt{\frac{\tau_I.\tau_P}{K_P.K_C}}$$

$$\zeta=\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{\tau_I}{\tau_P.K_P.K_C}}$$

A ação de controle integral aumenta a ordem da resposta da malha em “loop” fechado. Assim, para o processo de primeira ordem descontrolado, a resposta da malha em “loop” fechado fica de segunda ordem e, conseqüentemente, ele pode ter drasticamente características de dinâmica diferente. Aumentando a ordem do sistema, a resposta fica mais “preguiçosa”. Assim, “a ação de controle integral (sozinha) torna a resposta mais lenta”.

Vamos examinar o comportamento dinâmico do sistema em “loop” fechado quando o “set point” muda de um degrau unitário. Assim,

$$Y(s)=\frac{1}{\tau^2.s^2+2.\zeta.\tau.s+1}.\frac{1}{s}$$

A forma da resposta depende do valor do fator de amortecimento, mas o último valor da resposta e o “offset” ficam

$$\text{offset}=1-\lim_{s\to 0}\left[s.Y(s)\right]=1-\lim_{s\to 0}\left[s.\frac{1}{\tau^2.s^2+2.\zeta.\tau.s+1}.\frac{1}{s}\right]=1-1=0$$

Assim, vemos que a ação de controle integral tende a eliminar “offset”.Além disto, aumentando o valor de K_C e diminuindo o valor de τ_I a resposta fica mais sensível e sujeita a alguma instabilidade.

EFEITO DA AÇÃO DE CONTROLE DERIVATIVO NA RESPOSTA DE UM PROCESSO CONTROLADO

A ação de controle derivativa sozinha é dada por

$$G_C=K_C.\tau_D.s\,.$$

Assumindo novamente por simplicidade G_M = G_F = 1, a resposta em “loop” fechado de um sistema de primeira ordem com ação de controle derivativa é dada por

$$Y(s)=\frac{\frac{K_P}{\tau_P.s+1}.K_C.\tau_D.s}{1+\frac{K_P}{\tau_P.s+1}.K_C.\tau_D.s}.Y_{SP}(s)$$

$$Y(s)=\frac{K_P.K_C.\tau_D.s}{(\tau_P+K_P.K_C.\tau_D).s+1}.Y_{SP}(s)$$

A equação acima conduz às seguintes observações sobre os efeitos que a ação de controle derivativa tem sobre a resposta em “loop” fechado de um sistema:

i) o controle derivativo não muda a ordem da resposta (permaneceu de primeira ordem);

ii) (τ_p + $K_P.K_C.\tau_D$) é maior do que τ_D. Isto significa que a resposta de um processo controlado fica mais lento do que o processo original.

È instrutivo examinar o efeito da ação de controle derivativa na resposta de um sistema de segunda ordem. Assumindo novamente que $G_M = G_F = 1$, a resposta em “loop” fechado para mudanças no “set point” é

$$Y(s) = \frac{\dfrac{K_P}{\tau^2.s^2 + 2.\zeta.\tau.s + 1}.K_C.\tau_D.s}{1 + \dfrac{K_P}{\tau^2.s^2 + 2.\zeta.\tau.s + 1}.K_C.\tau_D.s}.Y_{SP}(s)$$

ou

$$Y(s) = \frac{K_P.K_C.\tau_D.s}{\tau^2.s^2 + (2.\zeta.\tau + K_P.K_C.\tau_D).s + 1}.Y_{SP}(s)$$

Das equações acima, nós observamos o seguinte:

i) o período natural da resposta em “loop” fechado permanece o mesmo;

ii) o novo fator de amortecimento ζ’ pode ser encontrado na equação

$$2.\zeta'.\tau = 2.\zeta.\tau + K_P.K_C.\tau_D,$$

isto é, o novo fator de amortecimento é maior que o anterior. A resposta em “loop” fechado é mais amortecida e o amortecimento aumenta quando K_C ou τ_D aumenta. Esta característica produz mais robustez no processo controlado.

O diminuição da velocidade da resposta e o aumento do amortecimento demosntram que “a ação de controle derivativo produza mais robustez no processo controlado”.

EFEITO DA AÇÃO DE CONTROLE COMPOSTOS

EFEITO DO CONTROLE PI

A combinação dos modos proporcional e integral de controle conduz aos seguintes efeitos na resposta de uma malha fechada:

i) a ordem da resposta aumenta (efeito da ação integral);

ii) o “offset” é eliminado (efeito de ação integral);

iii) quando K_C aumenta, a resposta fica mais rápida (efeito das ações proporcional e integral) e mais oscilatória quando há mudanças na entrada (efeito da ação integral). Grandes valores para K_C deixam a resposta muito sensível e sujeita a instabilidade;

iv) quando τ_I diminui, para K_C constante, a resposta fica mais rápida, mas mais oscilatória com maiores "overshoots" e razões de decaimento (efeito do modo integral).

EFEITO DO CONTROLE PID

A combinação dos três modos de controle conduz a uma resposta em malha fechada com a mesma dinâmica do PI, qualitativamente falando, com alguns benefícios.

Nós vimos que a presença de uma ação de controle integral deixa a resposta mais lenta. Para aumentar a velocidade da resposta em malha fechada nós podemos aumentar o valor do ganho K_C. Mas, aumentando bastante o valor de K_C para termos velocidades aceitáveis, a resposta fica mais oscilatória e sujeita à instabilidade. A introdução do modo derivativo traz um efeito estabilizante para o sistema. Assim, nós podemos alcançar uma velocidade aceitável na resposta escolhendo um valor conveniente para K_C, o qual mantenha sobressinal e decaimento moderados.