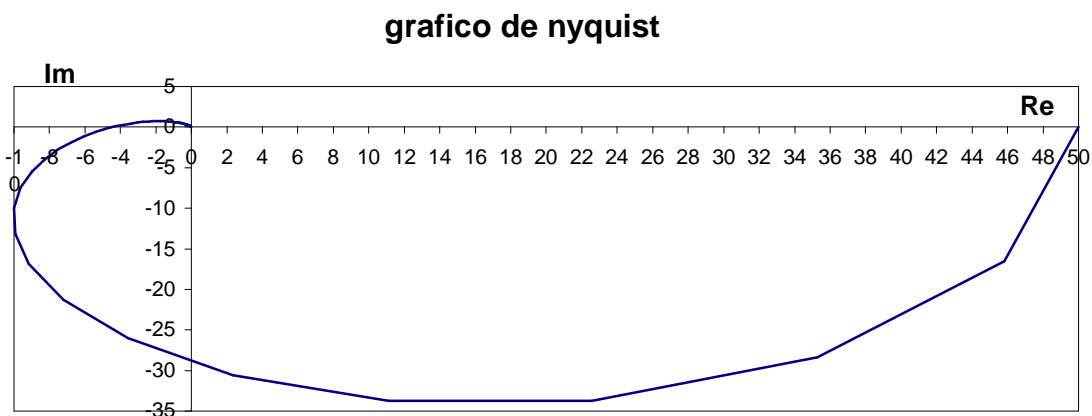


*observações:* quando a frequência tende para zero,  $\log AR$  tende para zero e a fase tende para zero. Esta é a assíntota de baixa frequência; quando a frequência tende para o infinito,  $\log AR$  tende para  $-\log \omega \cdot \tau_p$  e a fase tende a  $90^\circ$ . Esta é a assíntota de alta frequência (inclinação -1); a frequência  $1/\tau_p$  é conhecida como frequência de canto (fase =  $45^\circ$ ).

### GRÁFICOS DE NYQUIST

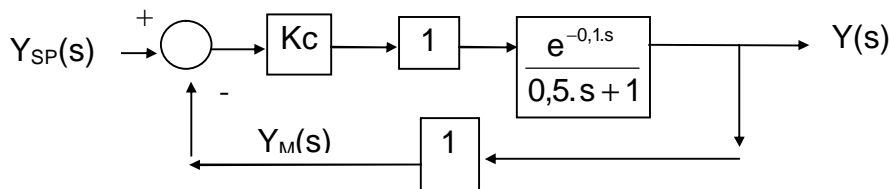
O gráfico de Nyquist é uma alternativa para representar a resposta em frequência característica de um sistema dinâmico. Ele usa a própria função de transferência, variando a frequência de zero ao infinito. Depois os valores de  $\text{Im}[G]$  são plotados na ordenada e os valores de  $\text{Re}[G]$  como abcissa. Vamos ver o procedimento através de um exemplo:

$$G(s) = \frac{50}{(s + 1) \cdot (2 \cdot s + 1) \cdot (4 \cdot s + 1)}$$

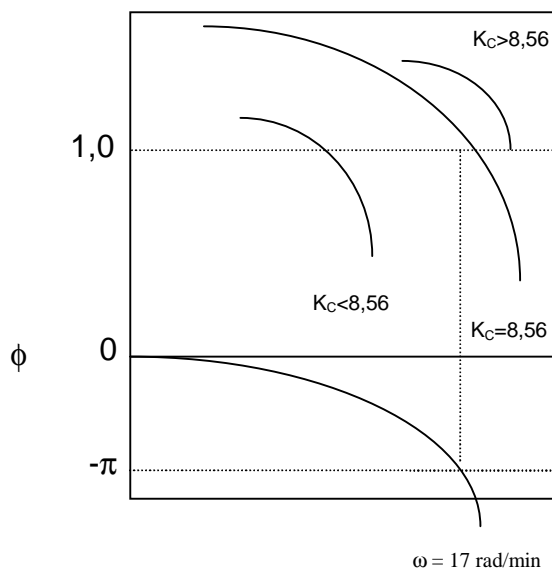


13 - PROJETO E SINTONIA DE SISTEMAS DE CONTROLE EM “FEEDBACK” UTILIZANDO TÉCNICAS DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.

CRITÉRIO DE BODE



AR



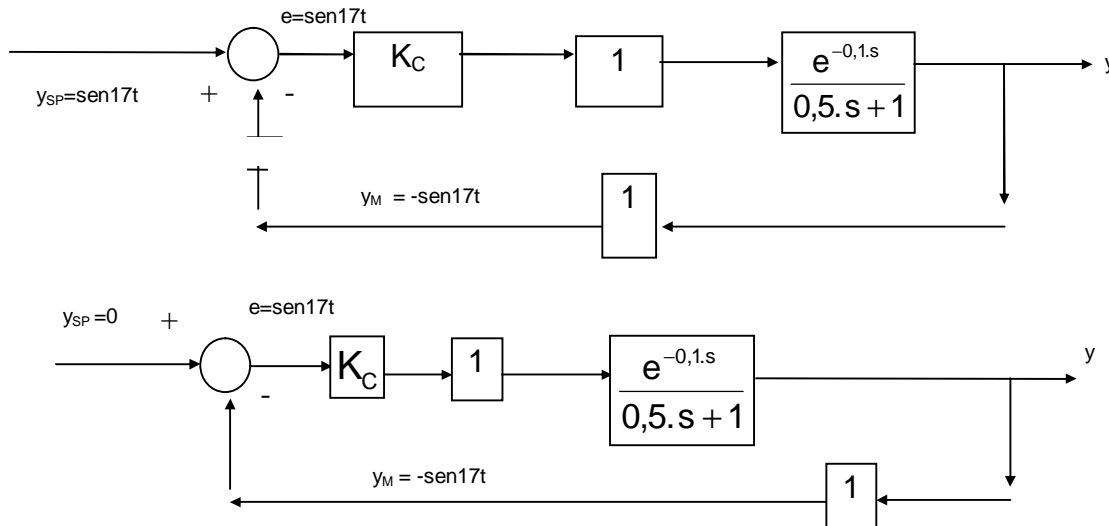
Consideraremos o sistema em “loop” fechado mostrado acima . A função de transferência de “loop” aberto é dada por

$$G_{OL}(s) = \frac{Y_M(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{K_C \cdot e^{-0,1s}}{0,5s + 1} .$$

O diagrama de Bode para  $G_{OL}(s)$  foi construído e é mostrado abaixo da representação da malha. Nota-se que quando a frequência atinge o valor de 17 rad/min, o ângulo de fase é  $-\pi$  ( $-180^\circ$ ). A frequência onde a fase é igual a  $180^\circ$  é chamada de frequência de “crossover” e é denotada por  $\omega_{CO}$ . Nesta frequência, a razão de amplitude é encontrada no diagrama de Bode e vale

$$\frac{AR}{K_C} = \frac{1}{\sqrt{(0,5 \cdot 17)^2 + 1}} = 0,12 .$$

Conseqüentemente,  $K_C = 8,56$ , para que tenhamos  $AR = 1$ . Agora, vamos considerar a malha em “feedback” com seu “loop” aberto com  $K_C = 8,56$ . Lá, o sinal do sensor foi desconectado do comparador do controlador. Vamos supor que o “set point” varie senoidalmente com frequência de 17 rad/min e com amplitude igual a 1,  $y_{SP} = \text{sen}(17.t)$ , então a última resposta do “loop” aberto  $y_M(t) = \text{sen}(17.t - \pi) = -\text{sen}(17.t)$ .



Ao mesmo instante de tempo o “set point” é zero e, simultaneamente, nós religamos o “loop”. Sob estas condições o comparador inverte o sinal do sensor dando a ele o mesmo papel desempenhado pelo “set point” no “loop” aberto. Note que o erro e permanece o mesmo. Teoricamente, “a resposta do sistema continuará a oscilar com amplitude constante ( $AR = 1$ ), senão houverem mudanças ou no “set point”, ou na carga (ou perturbação)”.

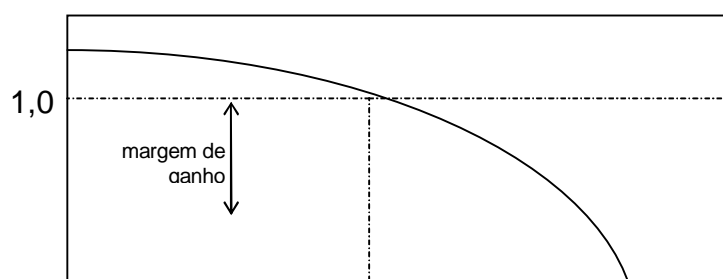
Vamos examinar os seguintes casos:

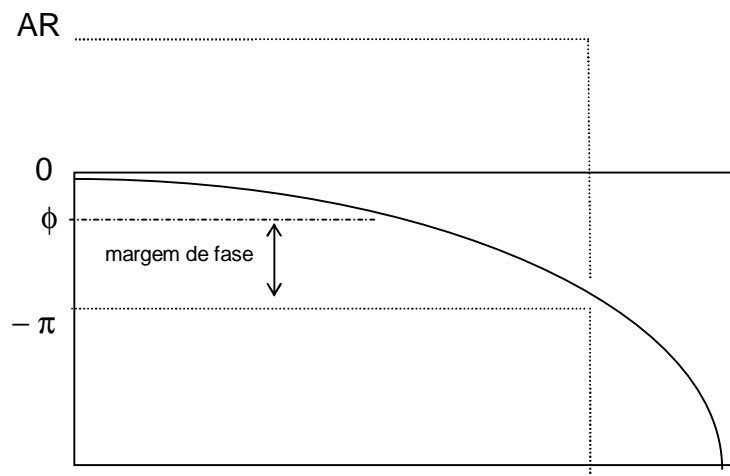
i) se  $K_C > 8,56$ , então  $AR > 1$  quando a fase é  $-\pi$ . Entretanto, a oscilação mantida no “loop fechado” da malha de baixo começará a exibir um aumento contínuo da amplitude, conduzindo a um sistema instável;

ii) se  $K_C < 8,56$ , então  $AR < 1$ , quando a fase é  $-\pi$ . Conseqüentemente, a resposta oscilatória do “loop” fechado da malha de baixo exibirá uma amplitude continuamente decrescente, conduzindo a uma oscilação cada vez menor.

Podemos concluir o seguinte: “um sistema de controle em “feedback” é instável se a  $AR$  da correspondente função de transferência em “loop” aberto é maior do que 1 na frequência de crossover”. Este é o critério de estabilidade de Bode.

MARGEM DE FASE E MARGEM DE GANHO





Definindo

$$\text{margem de ganho} = \frac{1}{AR}$$

Nós podemos fazer as seguintes observações no significado prático da margem de ganho:

i) constitui uma medida de quanto o sistema está do limite da instabilidade;

ii) quanto mais alto o valor da margem de ganho estiver acima de 1, mais robusto será o comportamento do “loop” fechado e, assim, mais seguro será a operação do processo controlado. Em outras palavras, quanto mais alta a margem de ganho, mais alta o fator segurança na sintonia do sistema;

iii) tipicamente, um sistema em “feedback” é projetado com uma margem de ganho maior do que 1,7. Isto significa que a AR pode aumentar 1,7 vezes antes do sistema ficar instável.

Além disto, há um outro fator de segurança : a margem de fase =  $\pi - \phi$ , isto é, ela é uma quantidade adicional de fase necessária para desestabilizar o sistema. É claro, entretanto, que quanto maior a margem de fase, maior o fator de segurança utilizado para sintonia de controladores. Uma margem de fase típica utilizada é de 30°.

### TÉCNICA DE SINTONIA ZIEGLER-NICHOLS

È uma técnica experimental bastante utilizada para sintonizar controladores. Ela tem as seguintes etapas:

i) trazer o sistema para o nível de operação desejado;

ii) usando controle proporcional, somente, e com “loop” fechado em “feedback”, introduzir uma mudança no “set point” e variar o ganho proporcional até que o sistema oscile continuamente. A frequência de oscilação contínua é a frequência de “crossover”. Chamando de M a razão de amplitude na frequência de “crossover”;

iii) computar as seguintes quantidades:

$$\text{ultimo ganho} = K_U = \frac{1}{M}$$

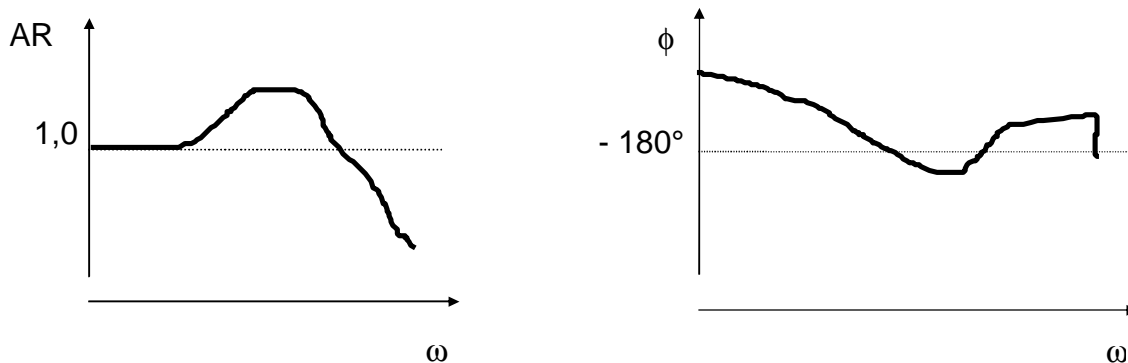
$$\text{ultimo periodo de ciclo mantido} = P_U = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_{CO}} \text{min / ciclo}$$

iv) usando os valores de  $K_U$  e de  $P_U$ , Ziegler e Nichols recomendaram o seguinte cálculo para sintonia de controladores:

	$K_C$	$\tau_I$	$\tau_D$
proporcional	$K_U / 2$	-	-
PI	$K_U / 2,2$	$P_U / 1,2$	-
PID	$K_U / 1,7$	$P_U / 2$	$P_U / 8$

### CRITÉRIO DE NYQUIST

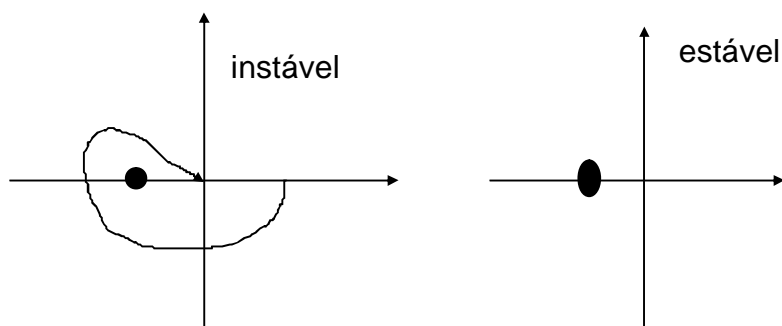
Há situações em que o critério de Bode não permite avaliar a estabilidade e nem verificarmos os valores para sintonia. Serão mostrados nos gráficos abaixo.



Assim, necessitamos de um critério mais geral, que é o critério de Nyquist.

“Se em um gráfico de Nyquist, para um sistema em “feedback”, cercar o ponto (-1,0) quando a frequência varia, o sistema é instável”.

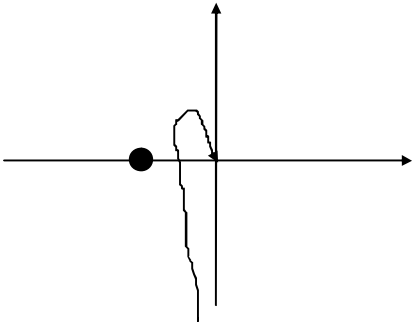
Vamos ver alguns exemplos para ilustrar e entender como se dá este “cercos”.



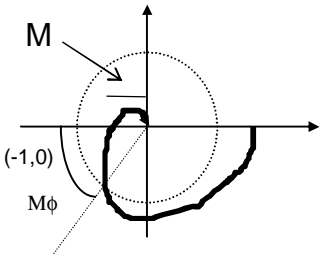
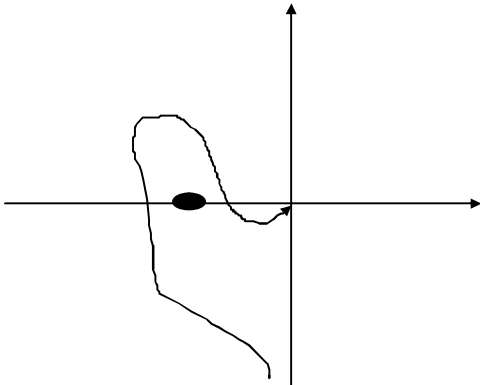


● (-1,0)

estável



instável



$m.g = 1/M$