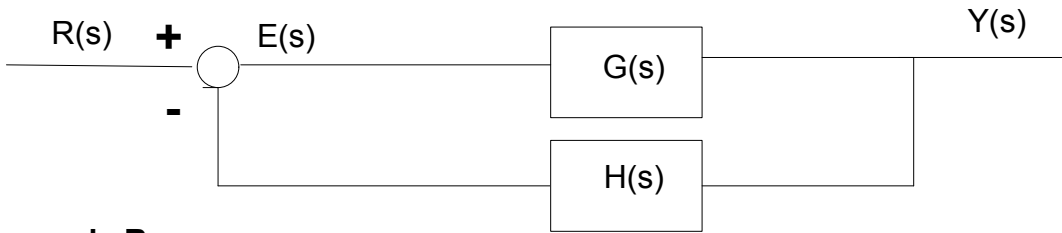


# Propriedades Geométricas (Regras de Construção do Lugar das Raízes)



## 1) Número de Ramos

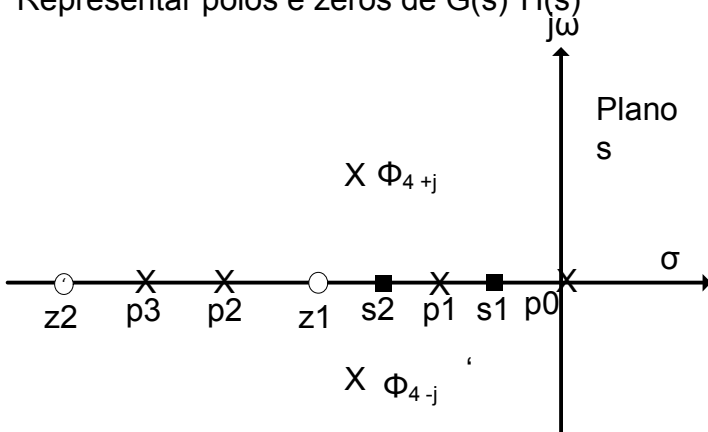
$$G(s) \cdot H(s) = \frac{K^* (s+a_1) \cdot (s+a_h) \cdot (s+a_w)}{s^m \cdot (s+b_1) \cdot (s+b_2) \cdot (s+b_c) \cdot (s+b_u)}$$

Número de Ramos =  $m + u$

O número de ramos do lugar de Evans é igual ao número de pólos da função de transferência de malha aberta.

## 2) Trecho sobre o eixo real

Representar pólos e zeros de  $G(s) \cdot H(s)$



Condição de Ângulo:

$$B = \Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_{4+j} + \Phi_{4-j} - \Psi_1 = \begin{cases} (1 + 2 \cdot h) \cdot 180^\circ & \text{Para } K > 0 \\ h \cdot 360^\circ & \text{Para } K < 0 \end{cases}$$

Se o número total de pólos e zeros á direita do ponto de teste  $s$ , **sobre o eixo real é ímpar**, este ponto pertence ao lugar

**Trecho à direita de  $p_0$**  -> não é trecho do Lugar das raízes

**Trecho entre  $p_1$  e  $p_0$**  -> 1 pólo á direita de  $p_1$ . É trecho do Lugar das raízes, sobre o eixo real.

**Trecho entre  $z_1$  e  $p_1$**  -> 2 pólos á direita de  $p_1$ . **Não é** trecho do Lugar das raízes, sobre o eixo real.

**Trecho entre  $p_2$  e  $z_1$**  -> 3 (pólos + zeros) á direita de  $p_1$ . É trecho do Lugar das raízes, sobre o eixo real.

**Trecho entre  $p_3$  e  $p_2$**  -> 4 (pólos + zeros) á direita de  $p_1$ .

**Não é** trecho do Lugar das raízes, sobre o eixo real.

**Trecho entre  $z_2$  e  $p_3$**  -> 5 (pólos + zeros) á direita de  $p_1$ . É trecho do Lugar das raízes, sobre o eixo real.

**Trechos sobre o eixo real:**

$z_2$  e  $p_3$

$p_2$  e  $z_1$

$p_1$  e  $p_0$

## 3) Pontos Terminais

$$G(s) \cdot H(s) = K^* \frac{\prod_{h=1}^w (|s - z_h|)}{\prod_{c=1}^n (|s - p_c|)}$$

$$K = \frac{\prod_{c=1}^n (|s - p_c|)}{\prod_{h=1}^w (|s - z_h|)}$$

K constante de sensibilidade da malha

$1 + G(s) \cdot H(s) = 0$  \*  $\Pi$  -> produtório de termos

1) Quando  $s = p_c$ , a sensibilidade da malha K é zero  $K = 0$

2) Quando  $s = z_h$ , a sensibilidade da malha K é infinita  $K = \infty$

3) Quando o numerador é de grau mais elevado que o denominador,  $s = \infty$ ,

Também torna K infinito, sendo assim equivalente a um zero. (com multiplicidade  $n - w$ )

#### 4) Quantidade de assíntotas

Existem  $n - w$  assíntotas do lugar das raízes.

$n$  = número de pólos de  $G(s)*H(s)$  e

$w$  = número de zeros de  $G(s)*H(s)$

Os ângulos das assíntotas são dados por:

$$\frac{(1 + 2*h) * 180^\circ}{n - w}$$

#### 5) Ponto de Interseção das assíntotas sobre o eixo real

Somário dos valores das partes reais dos pólos - Somário dos valores das partes reais dos zeros  
Dividido pela quantidade de pólos menos a quantidade de zeros

$$\sigma = \frac{\sum \text{Re}(p_c) - \sum \text{Re}(Z_h)}{n - w}$$

#### 6) Ponto de partida e chegada sobre o eixo real

$$G(s)*H(s) = \frac{K}{s*(s+1)*(s+2)}$$

$$1 + G(s)*H(s) = 0$$

$$W(s) = G(s)*H(s) = -1$$

$$W(s) = s*(s+1)*(s+2) = -K$$

$$W(s) = s^3 + 3s^2 + 2s = -K$$

$$\frac{dW(s)}{dt} = 3s^2 + 6s + 2 = 0$$

$$S1 = -0,4257$$

$$S2 = -1,5743$$

$S1 = -0,4257$  Ponto de Partida Para  $K > 0$  Substituindo na equação  $W(s)$   $K = 0,385$

$S2 = -1,5743$  Ponto de Chegada Para  $K < 0$

#### 7) Ângulo de partida das raízes complexas

$$\Phi_2 = (1 + 2*h)*180 - (\Phi_0 + \Phi_1 + 90 - \psi_1)$$

