Resolução de Equação Diferencial de 2ª Ordem com condições iniciais

Equação:

$$\frac{d^2X(t)}{dt^2} \;+\; 3*\frac{dX(t)}{dt} \;+\; 2*X(t) \;=\; 0$$

$$X''(t) \;+\; 3*X'(t) \;+\; 2*X(t) \;=\; 0$$

Condições Iniciais:

$X(0) = a$

$X'(0) = b$

$$\pounds^{-1}\left\{\frac{d^2X(t)}{dt^2}\right\} = s^2*X(s) - sX(0) - X'(0)$$ **Teorema da Diferenciação Ordem 2**

$$\pounds^{-1}\left\{\frac{dX(t)}{dt}\right\} = sX(s) - X(0)$$ **Teorema da Diferenciação Ordem 1**

$$\pounds^{-1}\left\{\frac{d^2X(t)}{dt^2} + 3*\frac{dX(t)}{dt} + 2*X(t) = 0\right\} =$$

$$s^2*X(s) - s*X(0) - X'(0) \;+\; 3*(s*X(s) - X(0)) \;+\; 2*X(s) = 0$$

$$s^2*X(s) - s*a - b \;+\; 3*(s*X(s) - a) \;+\; 2*X(s) = 0$$

$$s^2*X(s) + 3*s*X(s) + 2*X(s) = sa + 3*a + b$$

$$X(s)*(s^2 + 3*s + 2) = sa + 3*a + b$$

$$X(s) = \frac{a*s + 3*a + b}{s^2 + 3*s + 2}$$

$$X(s) = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)(s+2)}$$

Expansão em Frações Parciais:

$$X(s) = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$A = X(s)*(S+1)\Big|_{S=-1} = \frac{a*s + 3*a + b}{\cancel{(s+1)}(s+2)} * \cancel{(s+1)}\Big|_{S=-1} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+2)}\Big|_{S=-1} = 2*a + b$$

$$B = X(s)*(S+2)\Big|_{S=-1} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)\cancel{(s+2)}} * \cancel{(s+2)}\Big|_{S=-2} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)}\Big|_{S=-2} = -a - b$$

$A = 2*a + b$

$B = -a - b$

$$X(t) = A*e^{-t} + B*e^{-2*t}$$

$$X(t) = (2a+b)\,e^{-t} + -1*(a+b)*e^{-2*t}$$

Solução da Equação Diferencial, Com Condições Iniciais