

Resolução de Equação Diferencial de 2ª Ordem com condições iniciais

Equação:

$$\frac{d^2X(t)}{dt^2} + 3 \frac{dX(t)}{dt} + 2X(t) = 0$$

$$X''(t) + 3X'(t) + 2X(t) = 0$$

Condições Iniciais:

$$X(0) = a$$

$$X'(0) = b$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{d^2X(t)}{dt^2} \right\} = s^2 X(s) - sX(0) - X'(0) \quad \text{Teorema da Diferenciação Ordem 2}$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{dX(t)}{dt} \right\} = sX(s) - X(0) \quad \text{Teorema da Diferenciação Ordem 1}$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{d^2X(t)}{dt^2} + 3 \frac{dX(t)}{dt} + 2X(t) = 0 \right\} =$$

$$s^2 X(s) - sX(0) - X'(0) + 3(sX(s) - X(0)) + 2X(s) = 0$$

$$s^2 X(s) - s*a - b + 3(sX(s) - a) + 2X(s) = 0$$

$$s^2 X(s) + 3sX(s) + 2X(s) = sa + 3a + b$$

$$X(s) * (s^2 + 3s + 2) = sa + 3a + b$$

$$X(s) = \frac{a*s + 3*a + b}{s^2 + 3*s + 2}$$

$$X(s) = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)(s+2)}$$

Expansão em Frações Parciais:

$$X(s) = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$A = X(s) * (S+1) \Big|_{S=-1} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)(s+2)} * (s+1) \Big|_{S=-1} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+2)} \Big|_{S=-1} = 2*a + b$$

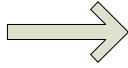
$$B = X(s) * (S+2) \Big|_{S=-2} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)(s+2)} * (s+2) \Big|_{S=-2} = \frac{a*s + 3*a + b}{(s+1)} \Big|_{S=-2} = -a - b$$

$$A = 2*a + b$$

$$B = -a - b$$

$$X(t) = A * e^{-t} + B * e^{-2t}$$

$$X(t) = (2a+b) e^{-t} + -1*(a+b) * e^{-2t}$$



Solução da Equação Diferencial, Com Condições Iniciais