7 CONDUTORES E ISOLANTES

Ao final deste capítulo você deverá ser capaz de:

- Definir o que são materiais condutores, isolantes e semi-condutores.
- Entender o comportamento do vetor intensidade de campo elétrico e do vetor densidade de fluxo elétrico na interface entre um material condutor e o espaço livre.
- Descrever a formação de cargas de polarização nos materiais dielétricos.
- Obter o vetor polarização.
- Relacionar o vetor polarização com o vetor densidade de fluxo elétrico e com o vetor intensidade de campo elétrico
- Explicar o que é permissividade relativa de um material.
- Obter as relações de fronteira entre materiais condutores e dielétricos.
- Obter as relações de fronteira entre materiais dielétricos.

De acordo com a teoria atômica clássica, os átomos são constituídos de um núcleo formado por prótons e neutrons, orbitados por elétrons. Os prótons possuem carga elétrica positiva, o elétrons carga elétrica negativa, e os neutrons, como o próprio nome sugere, são desprovidos de carga elétrica.. À medida que se fornece energia para um elétron, este passa para uma órbita mais afastada. Em alguns materiais, o elétron (ou elétrons) que está na órbita externa está frouxamente ligado ao átomo, e migra facilmente de um átomo para outro, quando submetido a ação de um campo elétrico. Estes elétrons recebem o nome de cargas verdadeiras. Materiais que possuem este tipo de comportamento recebem o nome de **condutores**.

Em outros tipos de materiais, porém, os elétrons estão de tal maneira presos ao átomo, que não podem ser libertados pela simples aplicação de campos elétricos. Estes materiais recebem o nome de **dielétricos** ou **isolantes**. Quando um dielétrico é submetido a um campo elétrico, ocorre uma polarização, ou seja, um deslocamento do elétron em relação à sua posição de equilibrio. As cargas induzidas em um isolante recebem o nome de cargas de polarização.

Outro grupo de materiais apresenta um comportamento intermediário entre condutores e isolantes. São os chamados **semicondutores**. Sob certas condições podem agir como isolantes, mas com a aplicação de calor ou de campo elétrico suficientemente forte, podem tornar-se condutores.

Tudo isso pode ser visualizado pela figura 7.1. Na figura 7.1a existe um pequeno espaço vazio (barreira) entre duas bandas de condução. Esse é o caso dos materiais condutores. O elétron passa facilmente de uma banda para outra. Na figura 7.1b o espaço vazio é grande, e dificilmente o elétron pulará de uma banda para outra. No caso da figura 7.1c, o espaço vazio é intermediário entre os dois casos, e o material pode se comportar como condutor ou isolante, dependendo das circunstancias (semi-condutor).

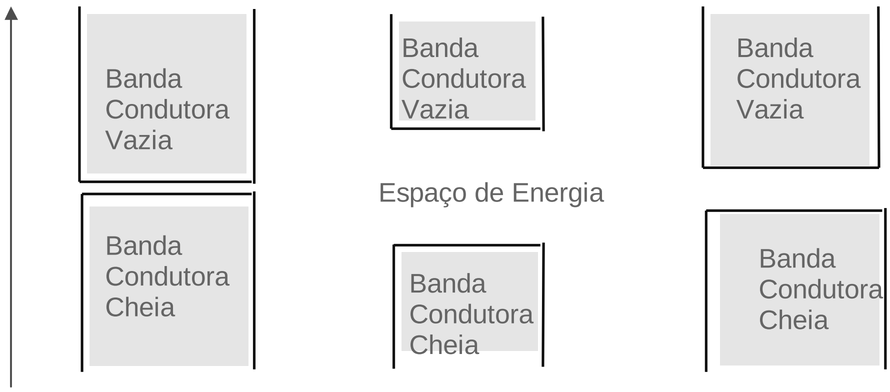

figura 7.1 - Comportamento de condutor, isolante e semi-condutor

O aumento da temperatura apresenta consequências diferentes, no comportamento dos materiais condutores, isolantes e semicondutores. A mobilidade das partículas, μ_p é uma função da temperatura. Em um condutor metálico, por exemplo, o movimento vibratório aumenta com o aumento da temperatura. Consequentemente há uma diminuição na velocidade de arraste, devido às colisões desordenadas que ocorrem no interior do material.

Nos materiais isolantes e semi-condutores o aumento do movimento vibratório com o aumento da temperatura contribui para o aumento da mobilidade das partículas, em função do campo elétrico aplicado. Assim, definindo a resistividade ρ como sendo o inverso da condutividade σ ($\rho = 1/\sigma$), podemos resumir:

AUMENTO DA TEMPERATURA	condutor	aumenta	RESISTIVIDADE
	isolante	diminui	
	semicondutor	diminui	

7.1 - A NATUREZA DOS MATERIAIS DIELÉTRICOS

Embora os materiais condutores não possam armazenar energia em seu interior, os materiais dielétricos, sejam eles sólidos, líquidos ou gasosos podem. Isso é possível porque ao se aplicar um campo elétrico externo em um dielétrico não ocorre a movimentação de cargas livres, mas um deslocamento nas posições relativas das cargas negativas (elétrons) e positivas, dando origem às cargas polarizadas. Esse armazenamento de energia ocorre contra as forças moleculares e atômicas normais do átomo.

O mecanismo real de deslocamento varia conforme o tipo de dielétrico. Alguns tipos de dielétricos são constituídos por moléculas ditas polarizadas (por exemplo a água), que possuem um deslocamento permanente entre os centros de gravidade das cargas positiva e negativa. Cada par de cargas age como um dipolo (Um dipolo é um conjunto formado por uma carga positiva e uma carga negativa, separadas por um distância d). Normalmente esses dipolos estão orientados aleatoriamente no interior do material, e quando o campo elétrico externo é aplicado, eles se alinham em sua direção (fig. 7.2)

Em outros tipos de materiais este arranjo em dipolos não existe antes do campo elétrico ser aplicado. As cargas positivas e negativas deslocam-se com a aplicação do campo elétrico, e alinham-se em sua direção (fig. 7.3)

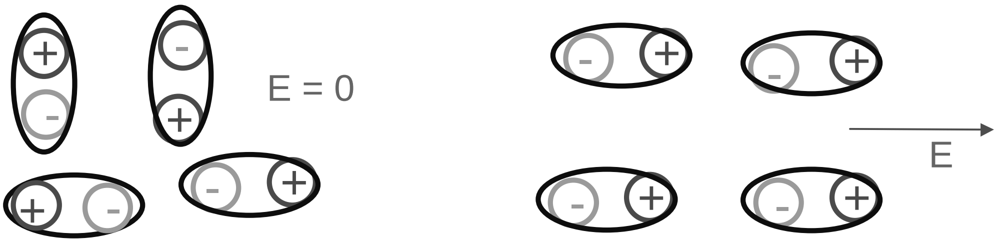

figura 7.2 - Moléculas polarizadas (dipolos)

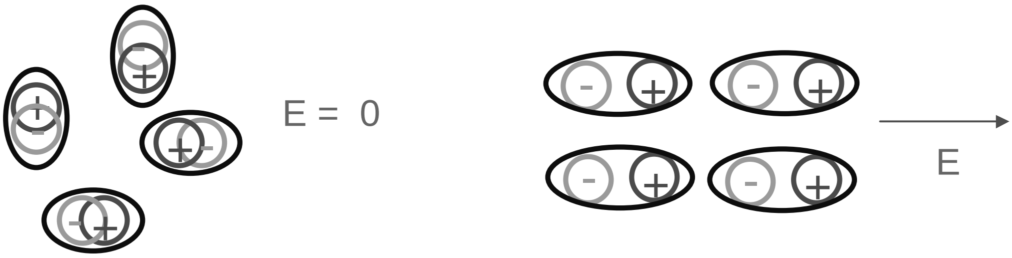

figura 7.3 - Moléculas não polarizadas

Qualquer tipo de dipolo é descrito pelo seu momento de dipolo $\vec{p}$, dado por:

$$\vec{p} = Q\vec{d} \text{ (C.m)} \tag{7.1}$$

onde Q é a carga positiva, e $\vec{d}$ a distância vetorial entre a carga positiva e a carga negativa.

Se existem n dipolos idênticos por unidade de volume, então, em um volume incremental Δv o momento de dipolo total é a soma vetorial:

$$\vec{p}_{total} = \sum_{i=1}^{n\Delta v} \vec{p}_i \text{ (C.m)} \tag{7.2}$$

O vetor polarização $\vec{P}$ é definido como sendo o momento de dipolo por unidade de volume:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i}^{n\Delta v} \vec{p}_i \ (C/m^2) \qquad (7.3)$$

$\vec{P}$ deve ser tratado como um vetor contínuo, com unidades em Coulombs por metro quadrado.

Fixando e memorizando ...

Antes de prosseguir, em seu caderno de estudos execute as seguintes atividades:

1. Defina o que são materiais condutores, isolantes e semicondutores.
2. Relacione a condutividade dos materiais condutores, isolantes e semi-condutores com o aumento da temperatura.
3. Descreva como são produzidas cargas de polarização nos materiais dielétricos.
4. Obtenha a expressão para o vetor polarização.

Suponhamos agora um dielétrico contendo moléculas não polarizadas. Portanto, $\vec{P} = 0$ em todo o volume do material. Selecionemos agora um elemento de superfície ΔS no interior do dielétrico.

Aplicando um campo elétrico sobre o dielétrico as moléculas se polarizarão. Haverá um movimento de cargas de polarização através de ΔS. O campo elétrico produzirá um momento:

$$\vec{p} = Q\vec{d} \ (C.m) \qquad (7.4)$$

em cada molécula, de modo que $\vec{p}$ e $\vec{d}$ farão um ângulo θ com ΔS (figura 7.4).

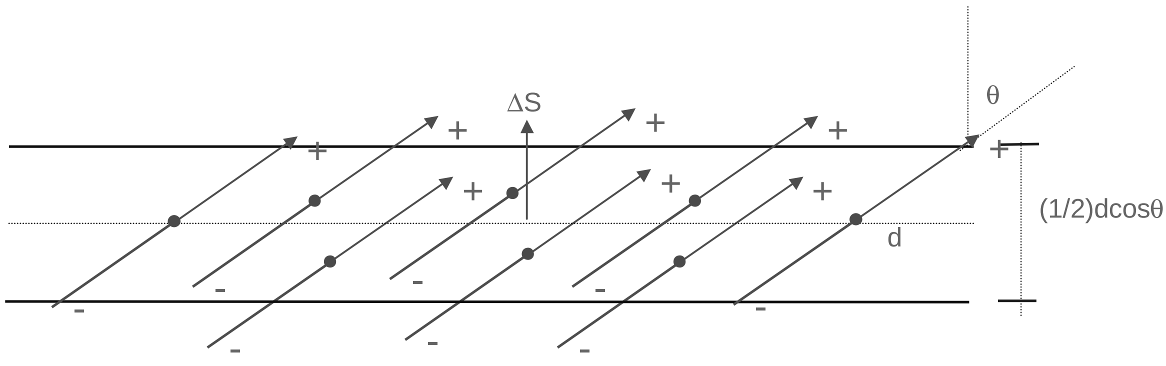

figura 7.4 - Movimento de cargas através de ΔS

Cada molécula cujo centro está no interior do volume $\left(\frac{1}{2}\right)d.\cos\theta\Delta S$ abaixo da superfície incremental contribui para o movimento de uma carga Q através de ΔS para cima.

Semelhantemente, cada molécula cujo centro está no interior do volume $\left(\frac{1}{2}\right)d.\cos\theta\Delta S$ acima da superfície incremental contribui para o movimento de uma carga -Q através de ΔS para baixo da superfície incremental.

Como há n moléculas/m^3, a carga líquida total que atravessa a superfície ΔS é $n.Q.d.\cos\theta\Delta S$

$$\Delta Q_p = nQ\vec{d}.\Delta\vec{S} \text{ (C)} \tag{7.5}$$

ou

$$\Delta Q_p = \vec{P}.\Delta\vec{S} \text{ (C)} \tag{7.6}$$

Se $\Delta\vec{S}$ for um elemento de superfície em uma superfície fechada, com o seu sentido positivo dirigido para fora da superfície, o acréscimo líquido nas cargas de polarização dentro da superfície fechada é :

$$Q_p = -\oint_{vol}\vec{P}.d\vec{S} \text{ (C)} \tag{7.7}$$

(o sinal menos é explicado pelo fato de que o sinal das cargas que entram ou permanecem no interior da superfície fechada é contrário ao sinal das cargas que saem).

Considerando esta carga total como sendo uma distribuição volumétrica de cargas com densidade ρ_p:

$$Q_p = \int_{vol}\rho_p dv \text{ (C)} \tag{7.8}$$

Podemos escrever:

$$\int_{vol}\rho_p dv = -\oint_s \vec{P}.d\vec{S} \tag{7.9}$$

Aplicando o teorema da divergência no lado direito da equação acima, ela ficará:

$$\int_{vol}\rho_p dv = \int_{vol}(\nabla.\vec{P})dv \tag{7.10}$$

ou:

$$\nabla.\vec{P} = -\rho_p \text{ } (C/m^3) \tag{7.11}$$

Essa equação também é válida para dielétricos polares

Vamos agora encontrar uma relação entre o vetor densidade de fluxo elétrico $\vec{D}$ e o vetor polarização $\vec{P}$.

Primeiramente vamos escrever a Lei de Gauss na forma pontual, mesmo na presença de dielétricos, como:

$$\nabla.\varepsilon_0\vec{E}=\rho_t \ (C/m^3) \qquad (7.12)$$

onde ρ_t é a densidade volumétrica total de cargas. O vetor $\vec{D}$ foi substituido por $\varepsilon_0\vec{E}$ porque uma vez consideradas as cargas de polarização, tudo se passa como o dielétrico não existisse.

Como:

$$\rho_t=\rho+\rho_p \ (C/m^3) \qquad (7.13)$$

então:

$$\nabla.\varepsilon_0\vec{E}=\rho+\rho_p \ (C/m^3) \qquad (7.14)$$

ou:

$$\nabla.\varepsilon_0\vec{E}=\rho-\nabla.\vec{P} \qquad (7.15)$$

Ou ainda:

$$\nabla.(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P})=\rho \ (C/m^3) \qquad (7.16)$$

onde ρ são as cargas livres.

Podemos agora redefinir o vetor $\vec{D}$ como sendo :

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P} \ (C/m^2) \qquad (7.17)$$

A presença de dielétricos é, portanto, levada em conta através do vetor polarização $\vec{P}$.

O vetor polarização $\vec{P}$ resultou da aplicação de um campo elétrico $\vec{E}$. A relação entre $\vec{P}$ e $\vec{E}$ dependerá do tipo de material. Vamos nos limitar a materiais isotrópicos, com uma relação linear entre $\vec{P}$ e $\vec{E}$. Nesse caso, $\vec{P}$ e $\vec{E}$ são paralelos, embora não necessariamente no mesmo sentido.

A relação linear entre $\vec{P}$ e $\vec{E}$ é dada por:

$$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E} \ (C/m^2) \qquad (7.18)$$

onde χ_e é a susceptibilidade elétrica do material. Em aplicações de Engenharia, a relação entre $\vec{P}$ e $\vec{E}$ é normalmente escrita como:

$$\vec{P}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\vec{E}\ (C/m^2) \tag{7.19}$$

Substituindo 7.19 na expressão para $\vec{D}$:

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\vec{E}\ (C/m^2) \tag{7.20}$$

ou:

$$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}\ (C/m^2) \tag{7.21}$$

ou ainda:

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}\ (C/m^2) \tag{7.22}$$

ε é a permissividade do material, e ε_r a permissividade relativa, ou constante dielétrica do material.

Finalmente, continua válida a Lei de Gauss, seja na forma pontual, seja na forma integral, mesmo na presença de dielétricos:

$$\nabla.\vec{D}=\rho\ (C/m^2) \tag{7.23}$$

$$\oint\vec{D}.d\vec{S}=Q\ (C) \tag{7.24}$$

e as cargas são cargas livres.

Fixando e memorizando ...

Antes de prosseguir com o estudo deste capítulo, em seu caderno de estudos execute as seguintes atividades:

1. Obtenha a expressão para a carga de polarização Q_p, em função do vetor polarização.
2. Obtenha a expressão que relaciona o vetor densidade de fluxo elétrico, o vetor intensidade de campo elétrico e o vetor polarização.
3. Obtenha a expressão para a lei de Gauss, em função da permissividade ε de um material dielétrico. Como ε se relaciona com ε_0 ?

7.2 - RELAÇÕES DE FRONTEIRA CONDUTOR - DIELÉTRICO

A facilidade com que os elétrons migram de um átomo para outro, nos materiais condutores, impede o acúmulo de cargas em seu interior. As cargas elétricas migram para a superfície e, consequentemente, provocam campos elétricos externos à superfície condutora. Vamos agora investigar esses campos elétricos.

Inicialmente considere a fronteira condutor-dielétricos, mostrada na figura 7.5, com um caminho abcd:

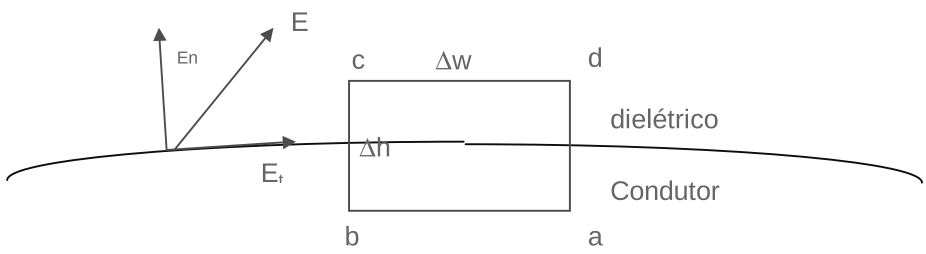

figura 7.5 - Fronteira condutor-dielétrico

A integral do campo elétrico ao longo deste caminho fechado é nula:

$$\oint \vec{E}.d\vec{L} = 0 \tag{7.25}$$

Subdividindo essa integral em 4 partes:

$$\int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a = 0 \tag{7.26}$$

Dentro do condutor o campo elétrico é nulo. Portanto, a integral de a até b é nula. Para as demais integrais teremos:

$$E_t.\Delta w - E_{n,b}.\frac{1}{2}\Delta h + E_{n,a}.\frac{1}{2}\Delta h = 0 \tag{7.27}$$

Fazendo Δh tender a zero, com Δw pequeno, mas finito, os dois últimos termos da equação acima se anulam, restando:

$$E_t \Delta w = 0 \tag{7.28}$$

ou:

$$E_t = 0 \tag{7.29}$$

Resta agora investigar a componente normal do vetor intensidade de campo elétrico. Para isso, vamos considerar uma superfície gaussiana constituída de um pequeno cilindro com área de topo e base ΔS, e altura Δh, conforme a figura 7.6:

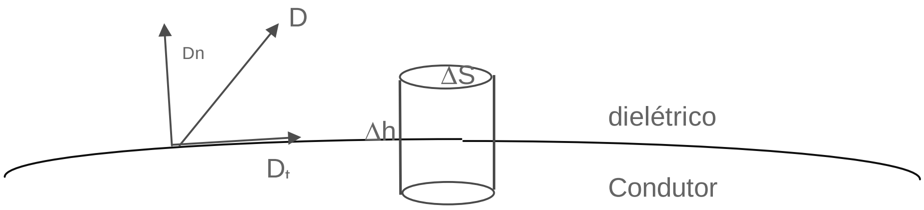

figura 7.6 - superfície gaussiana

$$\int_{topo} + \int_{base} + \int_{lados} = Q \tag{7.30}$$

A segunda integral é zero, porque o campo elétrico é nulo no interior do condutor. A terceira integral também é nula, por que a componente tangencial do campo elétrico é nula. Resta, portanto:

$$\int_{topo} = Q \tag{7.31}$$

ou

$$D_n \Delta S = \rho_s \Delta S \tag{7.32}$$

ou

$$D_n = \rho_s \tag{7.33}$$

Resumindo:

$$D_t = E_t = 0 \tag{7.34}$$

$$D_n = \varepsilon E_n = \rho_s \ \ (C/m^2) \tag{7.35}$$

Uma consequência imediata e importante que decorre do fato de que a componente tangencial do campo elétrico é nula, é que a superfície condutora é uma superfície equipotencial, ou seja, a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer na superfície condutora é zero.

Fixando e memorizando ...

Execute agora as seguintes atividades:

1. Mostre que a componente tangencial do vetor intensidade de campo elétrico numa interface condutor - dielétrico é nula
2. Obtenha uma expressão para a componente normal do vetor intensidade de campo elétrico, numa interface condutor - espaço livre.

7.3 - CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA OS MATERIAIS DIELÉTRICOS

Considere a fronteira entre dois meios dielétricos, e um caminho abcd, conforme mostrado na figura 7.7 abaixo.

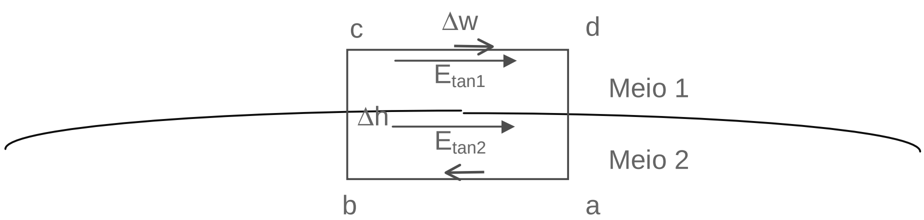

figura 7.7 - fronteira entre dois meios dielétricos

Fazendo Δh tender a zero, com Δw pequeno, porém finito, a integral ao longo do caminho fechado abcd se reduzirá a:

$$\oint \vec{E}.d\vec{L} = E_{t1}.\Delta w - E_{t2}.\Delta w = 0 \tag{7.36}$$

ou:

$$E_{t1} = E_{t2} \tag{7.37}$$

ou seja, a componente tangencial do vetor $\vec{E}$ é contínua.

A equação 7.37 pode ser reescrita na forma:

$$\frac{D_{t1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\varepsilon_2} \tag{7.38}$$

ou :

$$\frac{D_{t1}}{D_{t2}}=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad (7.39)$$

Portanto, as componentes tangenciais do vetor densidade de fluxo elétrico são descontínuas.

Vamos agora em busca das componentes normais de $\vec{E}$ e $\vec{D}$. Considere a superfície gaussiana elementar, constituída de um cilindro de base ΔS e altura Δh, colocado na fronteira entre os dois meios, conforme a figura 7.8.

Aplicando a Lei de Gauss, com Δh tendendo a zero, teremos:

$$\oint \vec{D}.d\vec{S}=Q \qquad (7.40)$$

de onde:

$$D_{n1}-D_{n2}=\rho_s \qquad (7.41)$$

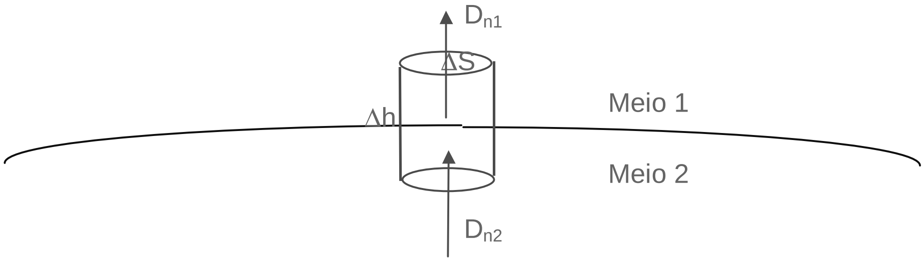

figura 7.8 - Fronteira entre dois dielétricos

Conforme já foi visto anteriormente, a densidade de cargas ρ_S representa cargas livres, mesmo na presença de dielétricos. Como nos materiais dielétricos cargas livres só poderão existir se forem propositadamente ali colocadas, podemos considerar ρ_S = 0. Assim:

$$D_{n1}=D_{n2} \qquad (7.42)$$

ou seja, a componente normal do vetor $\vec{D}$ é contínua. Para a componente normal do vetor $\vec{E}$ teremos:

$$\varepsilon_1 E_{n1}=\varepsilon_2 E_{n2} \qquad (7.43)$$

ou:

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}}=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (7.44)$$

Portanto, descontínuas.

Fixando e memorizando ...

Em seu caderno de estudos, execute as seguintes atividades:

1. Prove que as componentes tangenciais do vetor intensidade de campo elétrico são contínuas.
2. Prove que as componentes normais do vetor densidade de fluxo elétrico são descontínuas.
3. Prove que as componentes normais do vetor intensidade de campo elétrico são descontínuas.
4. Prove que as componentes normais do vetor densidade de flux elétrico são contínuas.

Exemplo 7.1

Suponha que haja uma placa de teflon na região $0 < x < a$ m, e espaço livre nas regiões $x > a$ e $x < 0$ m. A constante dielétrica do teflon é $\varepsilon_r = 2$, e a susceptibilidade elétrica é 1,1. Fora do teflon existe um campo elétrico $\vec{E}_{ext} = E_0.\hat{a}_x$ e, como não há material dielétrico nessa região, $\vec{P} = 0$. Estabeleça a relação entre $\vec{D}_{int}$, $\vec{E}_{int}$ e $\vec{P}_{int}$.

Solução

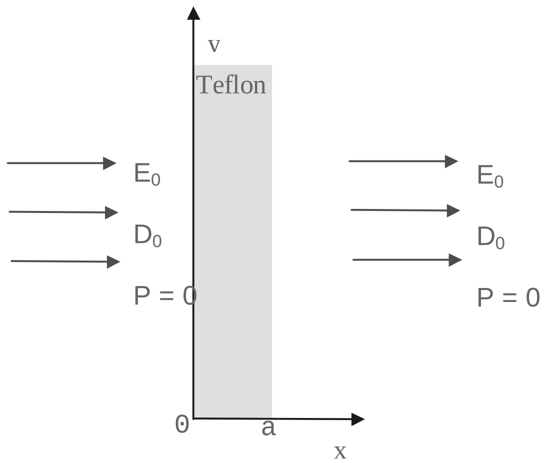

figura 8.3 - Placa de teflon

A relação entre o vetor $\vec{D}$ e o vetor $\vec{E}$ no interior do teflon é:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \ (C/m^2)$$

ou:

$$\vec{D}_{int} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}_{int}$$

$$\vec{D}_{int} = 2{,}1\varepsilon_0 \vec{E}_{int}$$

O vetor polarização $\vec{P}$ é dado por:

$$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}\ (C/m^2)$$

ou:

$$\vec{P}_{int}=1{,}1\varepsilon_0\vec{E}_{int}$$

A continuidade de $\vec{D}$ nos permite escrever:

$$\vec{D}_{int}=\vec{D}_{ext}=\varepsilon_0 E_0.\hat{a}_x\ \ (C/m^2)$$

Então, para o campo elétrico $\vec{E}_{int}$:

$$\vec{E}_{int}=\frac{\vec{D}_{int}}{\varepsilon}$$

$$\vec{E}_{int}=\frac{1}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\varepsilon_0 E_0.\hat{a}_x\ \ (V/m)$$

$$\vec{E}_{int}=\frac{1}{\varepsilon_r}E_0.a_x=0{,}476E_0.\hat{a}_x\ \ (V/m)$$ Para o vetor $\vec{P}$:

$$\vec{P}_{int}=1{,}1\varepsilon_0 0{,}476E_0.\hat{a}_x\ \ (C/m^2)$$

$$\vec{P}_{int}=0{,}524\varepsilon_0.\hat{a}_x\ \ (C/m^2)$$

Refaça este exemplo ...

Em seu caderno de estudos refaça este exemplo, seguindo os seguintes passos:

1. Para o interior do teflon, obtenha a relação entre o vetor densidade de fluxo elétrico, e o vetor intensidade de campo elétrico.
2. Para o interior do teflon, escreva a relação entre o vetor intensidade de campo elétrico e o vetor polarização.
3. Utilizando relações de fronteira, escreva a expressão para o vetor densidade de fluxo elétrico no interior do teflon.
4. Escreva a expressão para o vetor intensidade de campo elétrico no interior do teflon
5. Escreva a expressão para o vetor polarização no teflon.

Vamos agora encontrar as relações entre as direções de $\vec{E}$ e $\vec{D}$ em dois materiais dielétricos.

Como as componentes normais de $\vec{D}$ são contínuas (figura 8.3):

$$D_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = D_2 \operatorname{sen} \alpha_2 \qquad (7.45)$$

A razão entre as componentes tangenciais é dada por:

$$\frac{D_1 \cos \alpha_1}{D_2 \cos \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

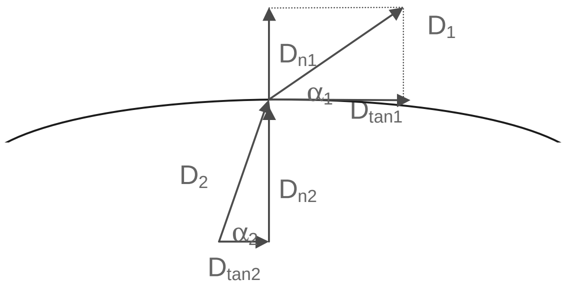

figura 7.9- Mudança na direção do campo, na fronteira entre 2 dielétricos

ou:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} D_1 \cos \alpha_1 = D_2 \cos \alpha_2 \qquad (7.46)$$

Dividindo 7.45 por 7.46 teremos:

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \operatorname{tg}\alpha_1 \qquad (7.47)$$

A magnitude da densidade de fluxo na região 2, em função da magnitude de $\vec{D}$ na região 1 será:

$$D_2 = D_1 \sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha_1 + \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2 \cos^2 \alpha_1} \qquad (7.48)$$

A magnitude de $\vec{E}_2$ será então:

$$E_2 = E_1 \sqrt{\cos^2 \alpha_1 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \alpha_1} \qquad (7.49)$$

Por essas expressões, podemos perceber que $\vec{D}$ é maior na região de maior permissividade, (a não ser em α_1 = 90 graus, quando ele não varia), e $\vec{E}$ é maior na região de menor permissividade (a não ser quando α_1 = 0, quando sua magnitude é invariável).

Exemplo 7.2

A região x > 0 m contém um dielétrico para o qual $\varepsilon_{r1} = 3$, e na região x < 0 m $\varepsilon_{r2} = 5$. Se $\vec{E}_2 = 20.\hat{a}_x + 30.\hat{a}_y - 40.\hat{a}_z \ V/m$, encontre:

(a) $\vec{D}_2$, (b) $\vec{D}_1$, (c) $\vec{E}_1$, (d) $\vec{P}_1$.

Solução

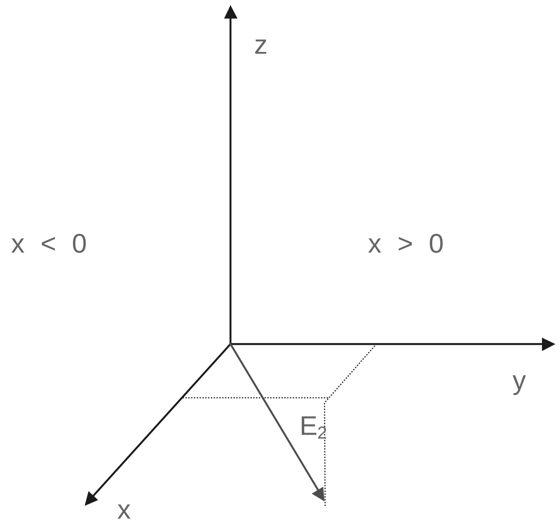

figura 8.5- figura do exemplo 8.2

$$\vec{D}_2 = \varepsilon\vec{E}_2 = 5\varepsilon_0\vec{E}_2 = \varepsilon_0(100\hat{a}_x + 150\hat{a}_y - 200\hat{a}_z) \ (C/m^2)$$

Das condições de contorno:

$$D_{n1} = D_{n2} = 100\varepsilon_0 \ (C/m^2)$$

$$\frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$D_{t1} = \frac{3}{5} D_{t2}$$

$$D_{t2} = 150\hat{a}_x - 200\hat{a}_z \ (C/m^2)$$

$$D_{t1} = \frac{3\varepsilon_0}{5}(150\hat{a}_x - 200\hat{a}_z) \ (C/m^2)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_0(100\hat{a}_x + 90\hat{a}_y - 120\hat{a}_z) \ (C/m^2)$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{D}_1}{\varepsilon_1} = \frac{\vec{D}_1}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_0} \ (V/m)$$

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{3}(100\hat{a}_x + 90\hat{a}_y - 120\hat{a}_z) \ (V/m)$$

$$\vec{P}_1 = (\varepsilon_{r1} - 1)\varepsilon_0 \vec{E}_1 \ (C/m^2)$$

$$\vec{P}_1 = 2\varepsilon_0(\frac{100}{3}\hat{a}_x + 30\hat{a}_y - 40\hat{a}_z) \ (C/m^2)$$

Refaça este exemplo ...

Em seu caderno de estudos refaça este exemplo, seguindo os seguintes passos:

1. Obtenha a expressão para o vetor densidade de fluxo elétrico, no meio 2.
2. Conhecendo a interface entre os dois meios, e por simples inspeção da expressão do vetor densidade de fluxo no meio 2, escreva as expressões para as componentes normais do vetor densidade de fluxo nos meios 1 e 2.
3. Semelhantemente escreva a expressão para a componente tangencial do vetor densidade de fluxo no meio 2.
4. Através das relações de fronteira, obtenha a expressão para a componente tangencial do vetor densidade de fluxo no meio 1.
5. Obtenha a expressão para o vetor densidade de fluxo no meio 1.
6. Obtenha a expressão para o vetor intensidade de campo elétrico no meio 1.
7. Obtenha a expressão para o vetor polarização no meio 1.

EXERCÍCIOS

1) - Um condutor sólido tem uma superfície descrita por x + y = 3 m , estendendo-se até a origem. Na superfície a intensidade de campo elétrico é 0.35 V/m. Expresse $\vec{E}$ e $\vec{D}$ na superfície e encontre a densidade superficial de cargas.

2) - Um condutor que se estende pela região z < 0 tem um lado no plano z = 0, sobre o qual existe uma densidade superficial de cargas $\rho_s = 5\times10^{-10} e^{-10r} \operatorname{sen}^2 \phi \ (C/m^3)$ em coordenadas cilíndricas. Calcule a intensidade do campo elétrico em (0.15 m, π/3, 0).

3) - Um condutor esférico centrado na origem e com raio igual a 3 m apresenta uma densidade superficial de cargas $\rho_s = \rho_0 \cos^2\theta \ (C/m^2)$. Encontre o vetor intensidade de campo elétrico na superfície.

4) - A intensidade do campo elétrico em um ponto sobre a superfície de um condutor é dada por $\vec{E} = 0{,}2\hat{a}_x - 0{,}3\hat{a}_y - 0{,}2\hat{a}_z$. Quanto vale a densidade superficial de cargas nesse ponto ?

5) - Calcule os módulos do vetor densidade de fluxo elétrico, polarização, e a permeabilidade relativa para um material dielétrico no qual E = 0,15 MV/m, com χ_e = 4,25.

6) - Dado $\vec{E} = -3\hat{a}_x + 4\hat{a}_y - 2\hat{a}_z \ V/m$ na região z < 0, onde ε_r = 3,0, encontre o vetor intensidade de campo elétrico na região z > 0, para qual ε_r = 6.0.

7) -A interface plana entre dois dielétricos é dada por 3x + z = 5 m. No lado que engloba a origem, $\vec{D}_1 = (4{,}5\hat{a}_x + 3{,}2\hat{a}_z)\times 10^{-7} \ C/m^2)$ e ε_{r1} = 4,3, enquanto que, no outro lado, ε_{r1} = 1,8. Encontre