



FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CONDUTORES

11.1 - EFEITO DE UM ÍMÃ EM UM FIO CONDUZINDO CORRENTE

Considere o campo magnético uniforme entre os pólos de um ímã permanente, como pode ser visto na figura 11.1.

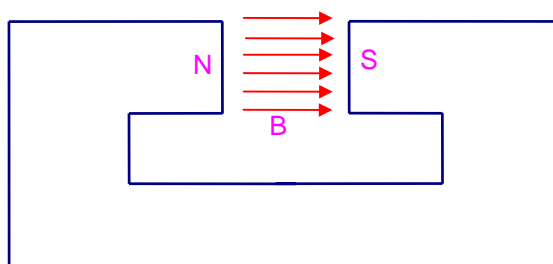


figura 11.1 - Campo magnético de um ímã permanente

Introduzamos agora um condutor conduzindo uma corrente I A neste campo magnético, conforme a figura 11.2. O condutor tem a direção perpendicular à figura, com a corrente saindo. O campo magnético provocado pelo condutor reforça o campo do ímã permanente na parte de baixo do campo, e o enfraquece na parte de cima. Consequentemente, haverá uma força tendendo a empurrar o condutor na direção do campo mais fraco.

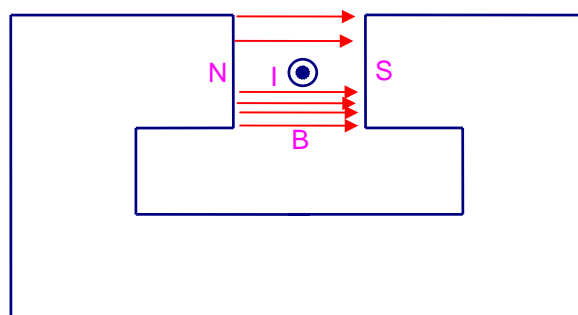


figura 11.2 - Condutor conduzindo corrente imerso em um campo magnético.

A força que atua sobre o condutor será expressa por:

$$F = IBL \quad (\text{N}) \quad (11.1)$$

onde:

L	(m)	Comprimento do condutor
B	(Wb/m ²)	Magnitude da indução magnética
I	(A)	Corrente no condutor

Se o condutor não cortar o campo perpendicularmente (figura 11.3), a força F será expressa por:

$$F = IBL \sin \theta \quad (\text{N}) \quad (11.2)$$

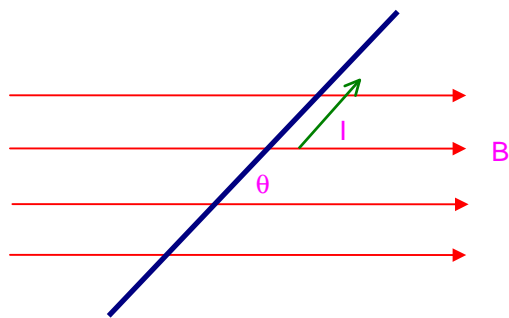


figura 11.3 - condutor cortando campo magnético

Para um elemento de corrente:

$$dF = IBdL \sin \theta \quad (\text{N}) \quad (11.3)$$

As equações 11.2 e 11.3 são equações básicas para explicar o funcionamento de motores elétricos.

Resumindo, podemos utilizar notação vetorial e escrever:

$$d\vec{F} = I(d\vec{L} \times \vec{B}) \quad (\text{N}) \quad (11.4)$$

onde:

$d\vec{F}$	(N)	Vetor indicando a magnitude e direção da força em um elemento de condutor
I	(A)	Corrente no condutor
\vec{B}	(T)	Vetor indicando a magnitude e direção da densidade de fluxo
$d\vec{L}$	(m)	Vetor com direção do elemento de condutor.

11.2 - FORÇA ENTRE DOIS CONDUTORES LINEARES E PARALELOS

Considere dois condutores lineares e paralelos de comprimento L m, separados de uma distância R m no ar, como na figura 11.4. O condutor 1 é percorrido por uma corrente I_1 A, e o condutor 2 por uma corrente I_2 A em direção contrária.

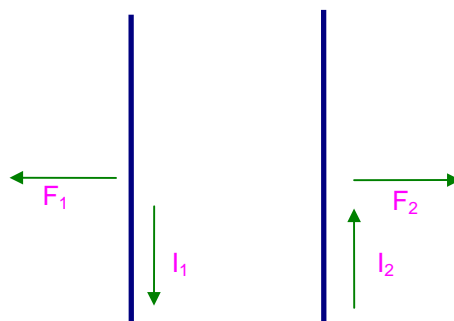


figura 11.4 - Dois condutores paralelos percorridos por correntes

O campo magnético resultante é mais forte entre os dois condutores do que fora deles, conforme é sugerido na figura 11.5. Assim, intuitivamente podemos perceber que a força entre eles será de repulsão (Isso pode ser confirmado pela regra da mão esquerda). Se as correntes forem na mesma direção, a força será de atração.



figura 11.5 - Campo magnético entre dois condutores paralelos

A magnitude da força sobre o condutor 2 é:

$$F = I' B \int_0^L dL = I' B L \quad (\text{N}) \quad (11.5)$$

Aproveitando o resultado do exemplo 11.1, o campo magnético provocado pela corrente do condutor 1, na posição do condutor 2 será:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi R} \quad (\text{Wb} / \text{m}^2) \quad (11.6)$$

Assim, para F teremos:

$$F = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi R} L \quad (\text{N}) \quad (11.7)$$

Desde que os condutores possuem mesmo comprimento, e a equação 11.7 é simétrica em I e I', a magnitude da força F' sobre o condutor 1 terá a mesma magnitude da força sobre o condutor 2.

Dividindo a equação 11.7 por L, teremos a força por unidade de comprimento:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi R} \quad (\text{N} / \text{m}) \quad (11.8)$$

Se I = I', e introduzindo o valor de μ_0 ,

$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{I^2 L}{R} \quad (\text{N}) \quad (11.9)$$

Se L = R = 1m, F = 2×10^{-7} N, então teremos I = 1 A. Essa medida é utilizada para definir a unidade de corrente Ampère (A).

Exemplo 11.1

Um fio transportando uma corrente 2I A é colocado entre 2 fios que transportam uma corrente I A cada um. Os fios são paralelos e mantêm entre si a mesma distância. As três correntes estão no mesmo sentido. Determine a força magnética sobre cada um dos condutores.

Solução

$$F_{1,2} = F_{2,1} = \frac{\mu_0 2I^2}{2\pi d} \quad (\text{N})$$

onde :

$F_{1,2}$ = Força sobre o condutor 1, devido à interação entre a corrente no condutor 1 e o campo produzido pela corrente do condutor 2.

$F_{2,1}$ = Força sobre o condutor 2, devido à interação entre a corrente no condutor 2 e o campo produzido pela corrente do condutor 1.

$$F_{2,3} = F_{3,2} = \frac{\mu_0 2I^2}{2\pi d} \quad (\text{N})$$

onde:

$F_{2,3}$ = Força sobre o condutor 2, devido à interação entre a corrente no condutor 2 e o campo produzido pela corrente do condutor 3.

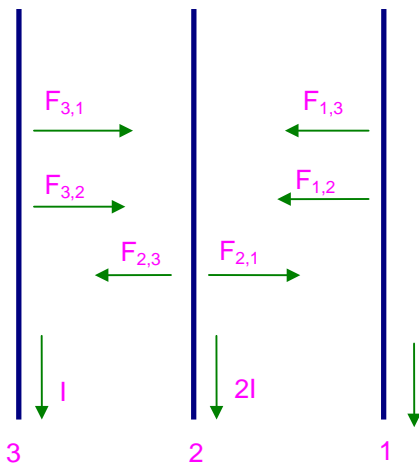


figura - 11.6 - 3 condutores conduzindo corrente

$F_{3,2}$ = Força sobre o condutor 3, devido à interação entre a corrente no condutor 3 e o campo produzido pela corrente do condutor 2.

$$F_{1,3} = F_{3,1} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \quad (\text{N})$$

onde:

$F_{1,3}$ = Força sobre o condutor 1, devido à interação entre a corrente no condutor 1 e o campo produzido pela corrente do condutor 3.

$F_{3,1}$ = Força sobre o condutor 3, devido à interação entre a corrente no condutor 1 e o campo produzido pela corrente do condutor 1.

As forças sobre o condutor 2, $F_{2,1}$ e $F_{2,3}$ possuem a mesma magnitude, porém estão em direções opostas. Portanto:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{2,3} = 0$$

A força sobre o condutor 1 será:

$$F_1 = F_{1,2} + F_{1,3} = \frac{5\mu_0 I^2}{4\pi d} \quad (\text{N})$$

A força sobre o condutor 3 será:

$$F_3 = F_{3,1} + F_{3,2} = \frac{5\mu_0 I^2}{4\pi d} \quad (\text{N})$$

11.3 - TORQUE SOBRE UMA ESPIRA PERCORRIDA POR CORRENTE - MOMENTO MAGNÉTICO

Quando uma espira de corrente é colocada em um campo magnético, as forças que atuam sobre a espira tendem a fazê-la girar. A força tangencial vezes a distância radial é chamada de **torque**. O torque (representado pela letra T) tem dimensão de força x distância (N.m).

A força em qualquer elemento $d\vec{L}$ da espira será:

$$d\vec{F} = (d\vec{L} \times \vec{B})I \quad (\text{N}) \quad (11.10)$$

Se a normal ao plano da espira faz um ângulo θ com o campo magnético B, a força tangencial sobre cada condutor ativo é:

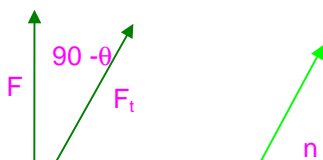
$$F_t = ILB \sin \theta \quad (\text{N}) \quad (11.11)$$

e o torque será:

$$T = 2F_t \frac{L}{2} = IL^2 B \sin \theta \quad (\text{N.m}) \quad (11.12)$$

onde $L^2 = A$ é a área da espira. Assim:

$$T = IAB \sin \theta \quad (\text{N.m}) \quad (11.13)$$



L

figura 11.7- Torque sobre uma espira conduzindo corrente, imersa em um campo magnético

O produto IA tem dimensão de corrente x área, e é o **momento magnético** da espira. Ele é expresso em Ampéres x metro quadrado. Designando o momento magnético pela letra m :

$$T = mB \sin \theta \quad (\text{N.m}) \quad (11.14)$$

Se a espira tem N voltas, o momento magnético será:

$$m = N.I.A \quad (\text{A.m}^2) \quad (11.15)$$

Finalmente, o momento magnético poderá ser representado vetorialmente como:

$$\vec{m} = m\hat{n} \quad (\text{A.m}^2) \quad (11.16)$$

e o torque será expresso pelo produto vetorial:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (\text{N.m}) \quad (11.17)$$

Exemplo 11.2

Uma bobina retangular com 200 espiras de 0.3×0.15 m com uma corrente de 5,0 A, está em um campo uniforme de 0,2 T. Encontre o momento magnético e o torque máximo.

Solução

$$A = 0.3 \times 0.15 = 0.045 \text{ m}^2$$

$$T_{\max} = mB = 45 \times 0.2 = 9 \text{ N.m}$$

$$m = nIA = 200 \times 5 \times 0.045 = 45 \text{ A.m}^2$$

Exemplo 11.3

Um medidor de movimento tem um campo radial uniforme de 0.1 Wb/m^2 , e uma mola de torção com torque $T_m = 5,87 \times 10^{-5} \theta$ N.m, θ em radianos. A bobina tem 35 espiras, e dimensões 23×17 mm. Qual é o ângulo de rotação que resulta de uma corrente de 15 mA na bobina?

Solução

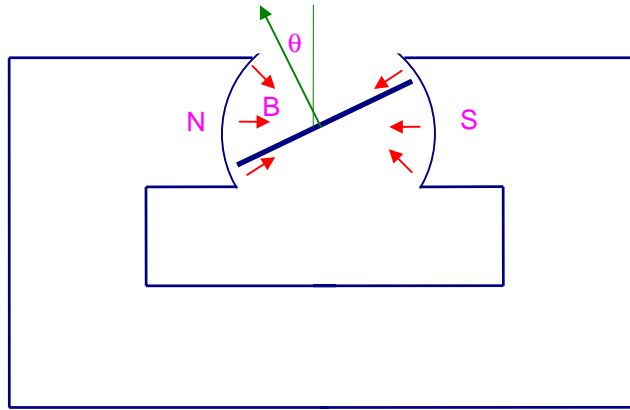


figura 11.8 - Medidor de D'Arsonval

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (\text{N.m})$$

No equilíbrio:

$$T = mB \sin \gamma \quad (\gamma = 90^\circ)$$

$$m = NIA$$

$$T_e = T_m$$

$$m = 35 \times 15 \times 10^{-3} \times 23 \times 17 \times 10^{-6} = 0,205 \times 10^{-3} \text{ A.m}^2$$

$$2,05 \times 10^{-5} = 5,87 \times 10^{-5} \theta$$

$$\theta = 0,35 \text{ rad} \Rightarrow \theta \cong 20^\circ$$

$$T_e = 0,205 \times 10^{-3} \times 0,1 = 2,05 \times 10^{-5} \text{ N.m}$$

EXERCÍCIOS

- 1) - Uma película de correntes, $K = 30 \hat{a}_y \text{ A/m}$ está localizada no plano $z = 6 \text{ m}$. Um condutor filamentar está sobre o eixo y , conduzindo $6,0 \text{ A}$ na direção \hat{a}_y . Calcule a força por unidade de comprimento.
- 2) - Uma espira circular de raio $a \text{ m}$, conduzindo uma corrente $I \text{ A}$ está no plano $z = h \text{ m}$, paralela a uma película uniforme de corrente $K = K_0 \hat{a}_y \text{ A/m}$ localizada em $z = 0$. Expresse a força sobre um comprimento infinitesimal da espira. Integre este resultado e mostre que a força total é nula.
- 3) - Uma barra de 3 Kg , condutora, horizontal, com 800 mm de comprimento, faz um ângulo de 60° em relação a um campo magnético horizontal de 0.5 T . Que corrente é necessária na barra para fazê-la flutuar contra a ação da gravidade ?
- 4) - Dois condutores de comprimento $L \text{ m}$ são normais a B . A separação fixa entre eles é $w \text{ m}$. Mostre que o torque relativo a qualquer eixo paralelo aos condutores é dado por $BILw \cos \theta \text{ N.m}$.
- 5) - Uma espira circular de corrente de raio $r \text{ m}$ e corrente $I \text{ A}$ está localizada sobre o plano $z = 0$. Calcule o torque que resulta se a corrente está na direção \hat{a}_ϕ e existe um campo uniforme $B = B_0(\hat{a}_x + \hat{a}_z) / \sqrt{2} \text{ (T)}$.
- 6) - Duas espiras são separadas por uma distância $d \text{ m}$ entre os seus centros, e orientadas de forma tal que os seus planos são perpendiculares entre si. Mostre que o torque de uma espira sobre a outra é dado por:

$$T = \frac{\mu_0 m m'}{2\pi d^3} \quad (\text{N.m})$$

onde m é o momento magnético da espira 1 e m' o momento magnético da espira 2.

- 7) - Um elemento de corrente de 3 m de comprimento acha-se ao longo do eixo y, centrado na origem. A corrente vale 6 A na direção \hat{a}_y . Se o elemento experimenta uma força de $1,5(\hat{a}_x + \hat{a}_z)/\sqrt{2}$ N, devido a um campo uniforme B, calcule B.

