13 A LEI DE AMPÉRE

13.1 - A LEI DE AMPÉRE

De acordo com o exemplo 10.1 a densidade de fluxo B a uma distância r de um fio reto e longo é:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (\mathrm{Wb/m^2}) \qquad (13.1)$$

onde μ é a permeabilidade magnética do meio, e I a corrente que passa pelo condutor.

Se B for integrado ao longo de um caminho L circular de raio r, circundando o condutor, teremos:

$$\oint_l \vec{B}.d\vec{L} = \frac{\mu I}{2\pi r}\oint_l dL = \frac{\mu I}{2\pi r}2\pi r \qquad (13.2)$$

$$\oint_l \vec{B}.d\vec{L} = \mu I \qquad (13.3)$$

A equação 13.3 é válida quando se considera qualquer caminho fechado L. Ela pode tornar-se independente do meio utilizando-se o vetor intensidade de campo magnético, $\vec{H}$, definido pela relação:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad (\mathrm{A/m}) \qquad (13.4)$$

portanto:

$$\oint_l \vec{H}.d\vec{L} = I \quad (\mathrm{A}) \qquad (13.5)$$

Essa relação é conhecida como a **Lei de Ampére**, e diz que:

Conceito	A integral de linha do vetor intensidade de campo magnético $\vec{H}$ ao longo de um caminho fechado L, é igual a corrente total envolvida por esse caminho

Exemplo 13.1

Um condutor sólido e cilíndrico é percorrido por uma corrente I A, que se distribui uniformemente sobre a seção circular do condutor. Encontre expressões para $\vec{H}$ dentro e fora do condutor. Esboce graficamente a variação de $\vec{H}$, em função de r, sendo r medido a partir do centro do condutor.

Solução

Fora do condutor, $\vec{H}$ será:

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{a}_\phi \quad (\mathrm{A/m})$$

pois o caminho L engloba toda a corrente no condutor.

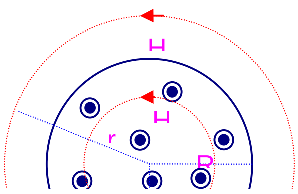


figura 13.1 - Condutor cilíndrico com corrente uniforme

Para o interior do condutor a corrente envolvida pelo caminho L será

$$I' = I\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = I\left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (A)$$

e a intensidade de campo magnético $\vec{H}$ será:

$$\vec{H} = \frac{1}{2\pi r} I \frac{r^2}{R^2}\hat{a}_\phi = \frac{I}{2\pi R^2} r\hat{a}_\phi \quad (A/m)$$

graficamente teremos:

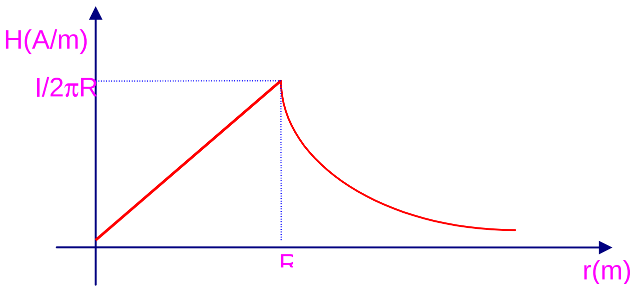


figura 13.2 - Variação de H dentro e fora do condutor

13.2 - LEI DE AMPÉRE APLICADA A UM MEIO CONDUTOR

O exemplo 13.1 envolveu o cálculo do vetor intensidade de campo magnético no interior de um condutor. Para essas situações a lei de Ampére pode ser generalizada, substituindo a corrente I pela integral de um vetor densidade de corrente $\vec{J}$ sobre uma superfície S. Portanto:

$$\oint_l \vec{H}.d\vec{L} = \int_s \vec{J}.d\vec{S} \quad (A) \qquad (13.6)$$

Essa generalização da lei de Ampére se constitui numa das equações de Maxwell.

Exemplo 13.2

Considere um condutor cilíndrico de raio R m, transportando uma corrente cuja densidade na seção transversal é J_C = K.r (A/m^2), onde K é uma constante e r é a distância ao centro do condutor. Determine:

a) - O valor de B no interior do condutor.
b) - O valor de B exterior ao condutor
c) - Fazer o gráfico B = f(r)

Solução

a)

$$\oint_l \vec{B}.d\vec{L} = \int_s \vec{J}.d\vec{S}$$

A indução magnética é constante ao longo do círculo de raio r. Portanto:

$$\frac{B}{\mu_0}\oint_L dl = \int_0^r \int_0^{2\pi} K_c.r.r.dr.d\theta$$

$$\frac{B}{\mu_0}.2\pi r = 2\pi\int_0^r K_c r^2 dr$$

$$B = \mu_0 K_c \frac{r^2}{3} \quad (T)$$

b)

fora do condutor, a corrente será a corrente total :

$$I = K_c.\frac{R^3}{3} \quad (A)$$

$$\oint_l \frac{B}{\mu_0}.dL = I \quad (A)$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r} K_c \frac{R^3}{3} \quad (T)$$

Portanto, dentro do condutor o campo magnético varia com o inverso do quadrado da distância r, e fora do condutor a variação é com o inverso da distância.

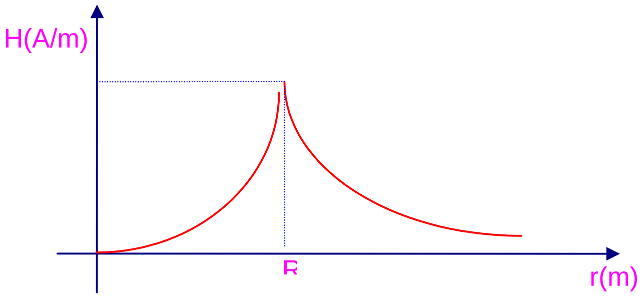


figura 13.3 - Variação de H dentro e fora do condutor

13.3 - DENSIDADE DE ENERGIA

O conhecimento da Lei de Ampére nos permite agora calcular a densidade de energia no campo magnético. A densidade volumétrica de energia, w_m é definida como:

$$w_m = \frac{W_m}{v} \quad (J/m^3) \tag{13.7}$$

Seja, por exemplo, um indutor de geometria simples. A indutância é dada por:

$$L = \frac{\mu N^2 S}{d} \quad (H) \tag{13.8}$$

e o volume é dado por:

$$v = S.d \quad (m^3) \tag{13.9}$$

De acordo com a equação 12.29, a energia armazenada no indutor é:

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (J) \tag{13.10}$$

portanto :

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\mu N^2 SI^2 / 2d}{Sd} = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{NI}{d}\right)^2 \quad (J/m^3) \tag{13.11}$$

Pela lei de Ampére :

$$\oint_L \vec{H}.d\vec{L} = NI$$

$$H = \frac{NI}{d} \quad (A/m) \tag{13.12}$$

portanto:

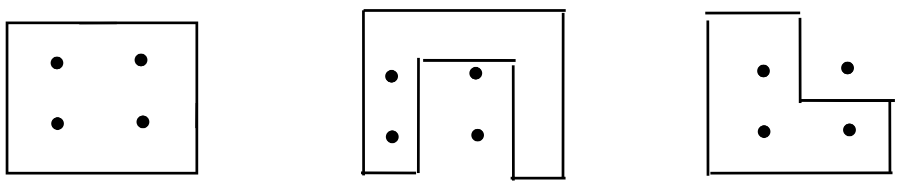
$$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 \quad (J/m^3) \tag{13.13}$$

Como $B = \mu H$, a densidade de energia também pode ser expressa como:

$$w_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu} \quad (J/m^3) \tag{13.14}$$

EXERCÍCIOS

1) - Nas configurações abaixo, cada condutor conduz uma corrente I Ampéres. Qual é o valor da integral do vetor intensidade de campo magnético $\vec{H}$ em cada caso ?



(a) (b) (c)

2) - Um condutor cilindrico de raio 0.02 m possui um campo magnético interno:

$$\vec{H} = (4{,}77\times10^5)\left(\frac{r}{2} - \frac{r^2}{3\times10^{-2}}\right)a_\phi \quad A/m$$

Qual é a corrente total no condutor ?

3) - Em coordenadas cartesianas a região $-b \le z \le b$ m. suporta uma densidade de corrente constante $J = J_0\hat{a}_y$ (A/m^2) (figura abaixo). Use a lei de Ampére para obter $\vec{H}$ em todo o espaço.

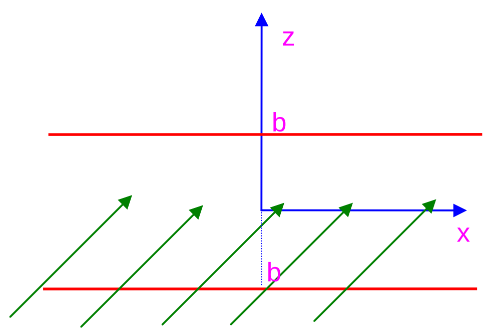


figura 2 - figura do problema 2

4) - Um cabo coaxial com condutor interno de raio a m, condutor externo com raio interno b m e raio externo c m, é percorrido por uma corrente I A uniformemente distribuída (as direções em cada condutor são opostas entre si). Mostre que para $b \le r \le c$ m :

$$\vec{H} = \frac{1}{2\pi r}\left(\frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}\right)\hat{a}_\phi$$