



O FERROMAGNETISMO E RELAÇÕES DE FRONTEIRA NO CAMPO MAGNÉTICO

Alguns tipos de materiais, como por exemplo o ferro, o níquel e o cobalto, apresentam a propriedade de que seus momentos magnéticos se alinham fortemente na direção de um campo magnético, oferecendo assim um caminho preferencial para as linhas de fluxo (figura 18.1). Uma liga ferro-silício a 3 % possui um μ_r máximo de aproximadamente 55000. A permeabilidade desses materiais não é constante, sendo função da intensidade de campo magnético aplicado, e do estado magnético anterior do material.

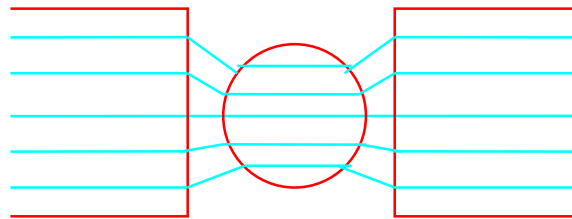


figura 18.1- Comportamento dos materiais ferromagnéticos

18.1 - A TEORIA DOS DOMÍNIOS MAGNÉTICOS

Para compreendermos melhor o fenômeno da magnetização em materiais ferromagnéticos vamos explicar rapidamente a teoria de domínios dos materiais magnéticos.

Um domínio é definido como uma região de material dentro da qual os átomos tem o mesmo alinhamento magnético. Um domínio portanto comporta-se como um pequeno imã permanente, e deverá haver um número muito grande destes dentro de uma amostra de material. O número de domínios dentro de um determinado volume é determinado por um complexo balanço de energia dentro do material. Os detalhes disto estão fora do escopo deste curso, e nós obteremos os esclarecimentos necessários considerando o caso simplificado ilustrado a seguir.

Na figura 18.2a temos uma amostra de material ferromagnético com os seus domínios aleatoriamente direcionados, de forma que o magnetismo resultante é nulo. Um campo magnético externo é aplicado sobre o material, e seus momentos magnéticos começam a se alinhar com ele (figura 18.2b, 18.2c). A princípio, esse alinhamento é obtido de maneira fácil, isto é, muitos domínios se alinham rapidamente para um campo magnético relativamente pequeno. A medida que o campo magnético vai sendo aumentado, há uma maior dificuldade em se obter novos alinhamentos. Em outras palavras, dá-se origem a um processo de saturação do material magnético. Se traçarmos uma curva representando a densidade de fluxo resultante, em função da intensidade de campo magnético aplicado, teremos uma curva de magnetização bastante familiar a nós, mostrada na figura 18.3. Podemos notar, em sua parte final, que um grande aumento em H produzirá um pequeno aumento em B .

Na curva de magnetização mostrada na figura 18.3, devemos destacar alguns pontos importantes:

Região A - μ é constante.

Ponto C - "Joelho" da curva. maior valor de \vec{B} antes da saturação. (utilizado no projeto de máquinas elétricas).

Região B - Região de saturação - Um grande aumento de \vec{H} praticamente não causa variação de \vec{B} .

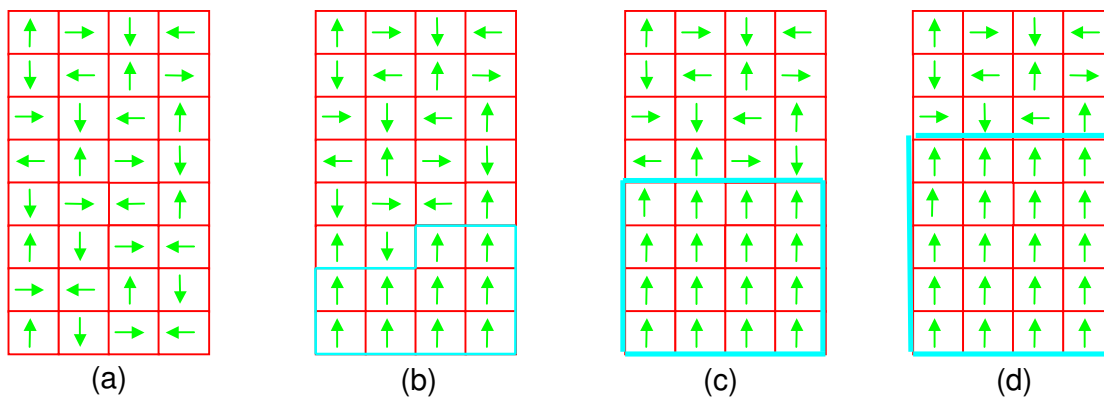


figura 18.2 - (a) - Domínios magnéticos desalinhados, (b) e (c) - se alinhando com o campo externo

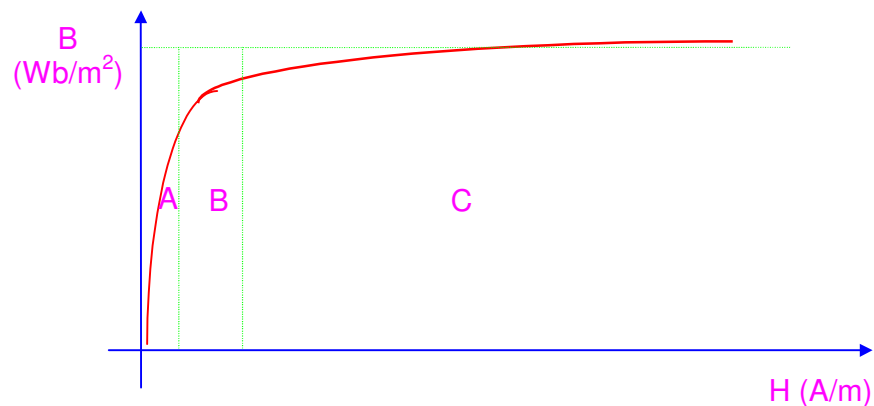


figura 18.3 - Curva de magnetização de um material magnético

Se reduzirmos a intensidade de campo magnético aplicada ao material ferromagnético até zero, poderíamos esperar que a densidade de fluxo magnético também voltasse ao seu valor original, zero. Entretanto, isso não ocorrerá. Quando o intensidade de campo magnético for zero, haverá ainda um magnetismo residual na amostra de material ferromagnético. Quando o campo magnético externo é retirado, os momentos magnéticos dos domínios voltam a se desalinhar, porém parte deles mantém o novo alinhamento obtido quando da aplicação do campo magnético externo. Na verdade, quando o campo externo foi aplicado, energia foi introduzida no material, e o mesmo sofreu uma nova reestruturação. Para mudar isto necessitamos de mais energia. Uma parte dessa energia provém do próprio material quando alguns de seus domínios voltaram ao seu alinhamento original. Porém, para voltar à situação de magnetismo resultante zero, um campo magnético reverso deve ser aplicado sobre o material.

Se a intensidade de campo magnético \bar{H} for variada de zero até um valor positivo, desse valor positivo até um valor negativo, passando por zero, e do valor negativo até zero, obteremos uma curva característica denominada ciclo de histerese, mostrada na figura 18.4. O fenômeno da histerese magnética é definido como o atraso causado na variação de \bar{B} , devido a uma variação em \bar{H} .

Pontos importantes do ciclo de histerese:

Densidade de fluxo residual (remanente) - B_r - É a densidade de fluxo que permanece, mesmo após \bar{H} ter sido retirado. Também é chamada de **retentividade**.

Força Coercitiva - H_c - Representa a intensidade de campo magnética necessária para se obter $\bar{B} = 0$ (ou seja, eliminar o campo remanente). Também é chamada de **coercitividade**.

Curva de desmagnetização - é o segundo quadrante do ciclo de histerese. É uma característica utilizada para a obtenção dos parâmetros de ímãs permanentes.

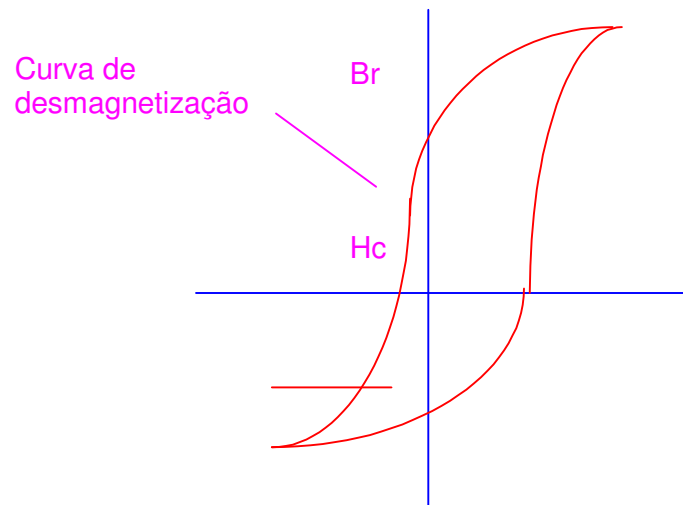


figura 18.4 - Ciclo de Histerese

Os materiais ferromagnéticos podem ser classificados como :

Macios - apresentam um ciclo de histerese estreito (fácil magnetização)

Duros - apresentam ciclos de histerese largos (difícil magnetização).

Para finalizar esta seção, devemos observar que se a relação entre \vec{M} e \vec{H} , χ , fosse realmente linear (e lembrando que $\vec{B} = \mu \vec{H}$), a relação entre \vec{B} e \vec{H} deveria ser uma linha reta, e não um laço. Na verdade, a simples definição de μ como sendo a relação entre \vec{B} e \vec{H} é um tanto quanto sem significado, pois, como podemos ver a partir do ciclo de histerese, ela pode assumir infinitos valores. Assim, para completar a nossa definição de curva de magnetização e permeabilidade μ , devemos dizer que a curva de magnetização é obtida tomando-se os valores máximos positivos de \vec{B} e \vec{H} em vários ciclos de histerese (o primeiro variando de zero a um valor de \vec{H} , o segundo de zero a um valor de \vec{H} um pouco maior, e assim por diante). A permeabilidade μ é definida como sendo a relação entre \vec{B} e \vec{H} nessa curva de magnetização. A esse assunto, entretanto, deveremos voltar mais tarde.

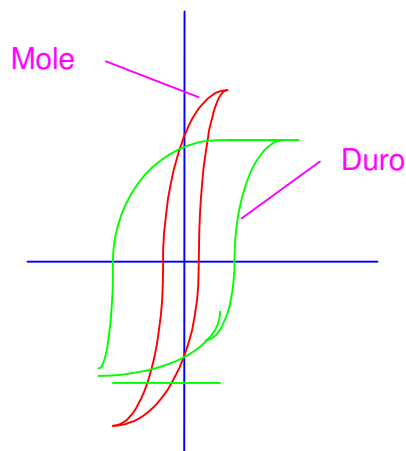


figura 18.5 - Materiais magneticamente duros e mole

18.3 - RELAÇÕES DE FRONTEIRA NO CAMPO MANÉTICO

Nesta seção estudaremos as condições de fronteira entre dois meios diferentes, sob o ponto de vista da condução de um fluxo magnético.

Em um único meio o campo magnético é contínuo, ou seja, o campo ou é constante, ou varia apenas uma quantidade infinitesimal numa distância infinitesimal. Entretanto, na fronteira entre dois meios, o campo magnético pode sofrer variações abruptas, tanto em direção como em magnitude.

Para fazer nossa análise do comportamento do campo magnético na fronteira entre dois meios de permeabilidades diferentes, vamos decompô-lo em duas componentes : a componente normal à fronteira entre os dois meios, e a componente tangencial às mesmas.

Considere o o volume incremental $\Delta x \Delta y \Delta z$, imerso em um campo magnético que cruza dois meios diferentes, mostrado na figura 18.6 abaixo:

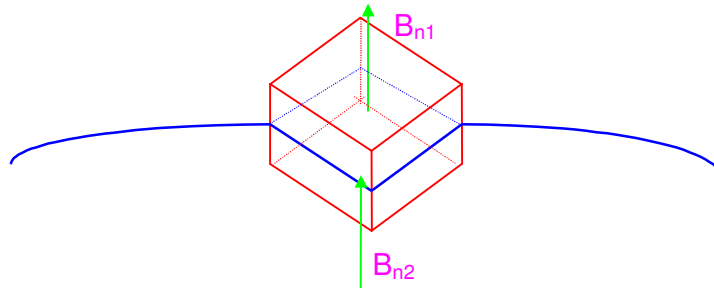


figura 18.6 - Elemento incremental de volume

Aplicando a ele a lei de Gauss para o magnetismo teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (18.1)$$

$$B_{n2} \Delta x \Delta z = B_{n1} \Delta x \Delta z \quad (18.2)$$

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (18.3)$$

ou seja, as componentes normais do vetor indução magnética na fronteira entre os dois meios são iguais.

Lembrando que:

$$B = \mu H \quad (18.4)$$

teremos:

$$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2} \quad (18.5)$$

ou ainda:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{H_{n2}}{H_{n1}} \quad (18.6)$$

ou seja, as componentes normais do vetor intensidade de campo magnético se relacionam pelo inverso entre as permeabilidades dos meios.

Considere agora o caminho abcd. também imerso em um campo magnético, mostrado na figura 18.7 abaixo.

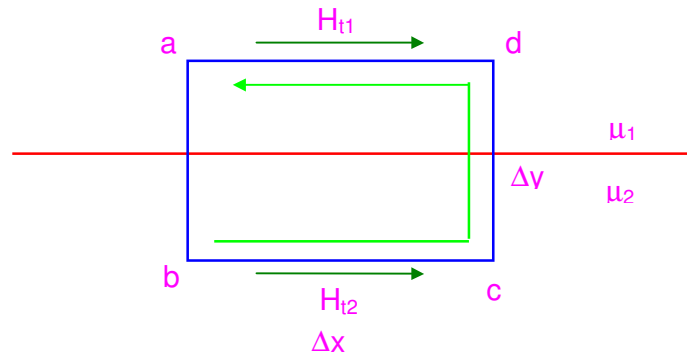


figura 18.7 - Caminho abcd

Aplicando a ele a lei de Ampère teremos:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = I \quad (18.7)$$

Fazendo Δy tender a zero, a integração é feita apenas em Δx . Portanto:

$$H_{12} \cdot \Delta x \cos 0 + H_{11} \cdot \Delta x \cos 180^\circ = I \quad (18.8)$$

$$\Delta x (H_{12} - H_{11}) = I \quad (18.9)$$

$$H_{12} - H_{11} = \frac{I}{\Delta x} \quad (18.10)$$

O termo $\frac{I}{\Delta x}$ representa uma densidade de corrente na superfície da fronteira (densidade laminar de corrente), que será representada pela letra k . Normalmente pode-se considerar que as correntes estão confinadas nos enrolamentos, de forma que, na grande maioria dos casos, $k = 0$. Assim:

$$H_{12} = H_{11} \quad (18.11)$$

$$H_{12} = H_{11} \quad (18.12)$$

e:

$$\frac{B_{12}}{B_{11}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (18.13)$$

ou seja, as componentes tangenciais do vetor intensidade de campo magnético são iguais, e as componentes tangenciais do vetor indução magnética se relacionam pela razão direta entre as permeabilidades magnéticas dos meios.

Exemplo 18.1

Considere uma fronteira plana e desprovida de correntes, entre dois meios μ_1 e μ_2 , conforme a figura 18.8 abaixo. Encontrar a relação entre α_1 e α_2 . Supor que os meios são isotrópicos, com \vec{B} e \vec{H} no mesmo sentido.

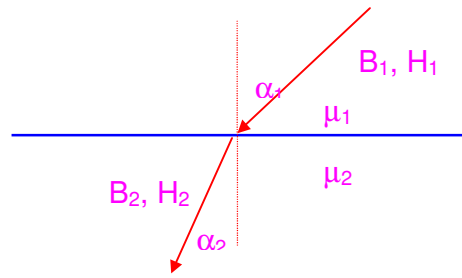


figura 18.8 - Fronteira entre dois meios.

Solução

$$B_{n1} = B_{n2}$$

$$H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2$$

$$H_{t1} = H_{t2}$$

$$\frac{H_1 \sin \alpha_1}{B_1 \cos \alpha_1} = \frac{H_2 \sin \alpha_2}{B_2 \cos \alpha_2}$$

$$B_{n1} = B_1 \cos \alpha_1$$

ou:

$$B_{n2} = B_2 \cos \alpha_2$$

$$\frac{1}{\mu_1} \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1}{\mu_2} \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$B_1 \cos \alpha_1 = B_2 \cos \alpha_2$$

ou ainda:

$$H_{t1} = H_1 \sin \alpha_1$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$$

$$H_{t2} = H_2 \sin \alpha_2$$

Exemplo 18.2

Seja o meio 1 for o ar ($\mu_r = 1$), e o meio 2 o ferro doce, com .

a) Se \vec{B} no ferro doce incide normalmente à fronteira, encontre α_1 .

b) Se \vec{B} no ferro doce é quase tangente à superfície, com um ângulo α_2 igual a 85 graus, encontre α_1 .

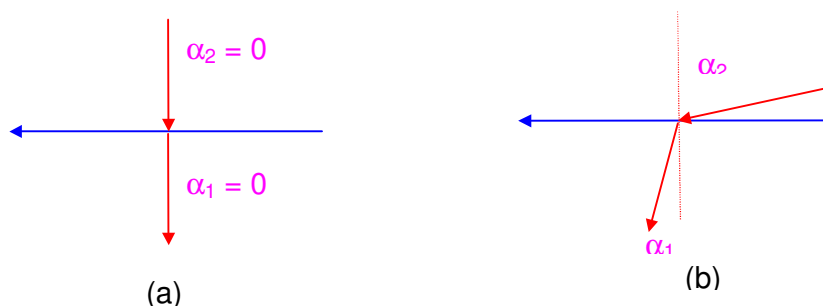


figura 18.9 - Campo Magnético na Fronteira Ferro-Ar. (a)- Incidência normal. (b) - Incidência quase tangente.

solução

Pela figura, podemos perceber que o ângulo α_2 é igual a zero, portanto, $\operatorname{tg} \alpha_2 = 0$. Assim:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} = \frac{1}{7000} \cdot 0 = 0$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_1 = 0,1^0$$

b)

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2 \frac{1}{7000}$$

Como pode ser observado, o campo magnético que sai para o ar é praticamente normal à superfície da fronteira ferro/ar.

Exemplo 18.3

A região 1, com $\mu_{r1} = 5$ está no lado do plano $6x + 4y + 3z = 12$ que inclui a origem. Na região 2 $\mu_{r2} = 3$. Dado que $\vec{H}_1 = \frac{1}{\mu_0}(3\hat{a}_x + 0,5\hat{a}_y)$ (A/m), encontre θ_1 e θ_2 .

solução

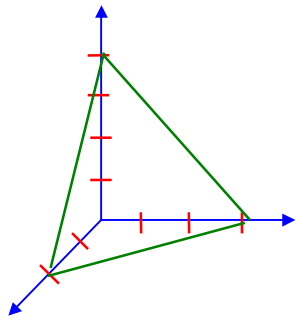


figura 1.15 - Plano $6x + 4y + 3z = 12$

A componente normal do vetor indução magnética no meio 1 pode ser escrita da forma:

$$\vec{B}_{n1} = |B_{n1}|\hat{a}_{n1}$$

onde \hat{a}_{n1} é o vetor unitário que dá a direção normal ao plano no lado 1. Da geometria analítica, o vetor normal ao plano definido pela equação $Ax + By + Cz = D$ pode ser escrito da forma:

$$\hat{a}_n = \pm \frac{A\hat{a}_x + B\hat{a}_y + C\hat{a}_z}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Portanto:

$$\hat{a}_{n1} = \frac{6\hat{a}_x + 4\hat{a}_y + 3\hat{a}_z}{\sqrt{61}}$$

$$|B_{n1}| = \vec{B}_1 \cdot \hat{a}_{n1}$$

$$|B_{n1}| = 5(3\hat{a}_x + 0,5\hat{a}_y) \cdot \left(\frac{6\hat{a}_x + 4\hat{a}_y + 3\hat{a}_z}{61} \right)$$

$$|B_{n1}| = \frac{100}{61}$$

$$\vec{B}_{n1} = \frac{100}{\sqrt{61}} \frac{6\hat{a}_x + 4\hat{a}_y + 3\hat{a}_z}{\sqrt{61}}$$

$$\vec{B}_{n1} = \frac{600\hat{a}_x + 400\hat{a}_y + 300\hat{a}_z}{61}$$

Das relações de fronteira:

$$\hat{B}_{n2} = \hat{B}_{n1}$$

Vamos agora calcular as componentes tangenciais da indução magnética:

$$\vec{B}_{t1} = \vec{B}_1 - \vec{B}_{n1}$$

$$\vec{B}_{t1} = (15\hat{a}_x + 2,5\hat{a}_y) - \left(\frac{600\hat{a}_x + 400\hat{a}_y + 300\hat{a}_z}{61} \right)$$

$$\vec{B}_{t1} = \frac{315\hat{a}_x - 247,5\hat{a}_y - 300\hat{a}_z}{61}$$

Das relações de fronteira:

$$\vec{B}_{t2} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \vec{B}_{t1}$$

$$\vec{B}_{t2} = \frac{189\hat{a}_x - 148,5\hat{a}_y - 180\hat{a}_z}{61}$$

$$\vec{B}_2 = \vec{B}_{n2} + \vec{B}_{t2}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{789\hat{a}_x + 251,5\hat{a}_y + 120\hat{a}_z}{61} \quad (\text{Wb/m}^2)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{|B_{n2}|}{|B_2|} = \frac{12,8}{13,72} = 0,93$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} 0,93 = 21,06^\circ$$

EXERCÍCIOS

- 1) - A interface entre 2 meios diferentes é normal a um dos 3 eixos cartesianos. Se $\vec{B}_1 = \mu_0(43,5\hat{a}_x + 24,0\hat{a}_z)$ e $\vec{B}_2 = \mu_0(22,0\hat{a}_x + 24,0\hat{a}_z)$ qual é a relação $\frac{\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_2}$?
- 2) - A região 1, com $\mu_{r1} = 6$ está no lado do plano $2x + 4y + 4z = 16$ que inclui a origem. Na região 2, $\mu_{r2} = 6$. Dado que $\vec{H}_1 = (4\hat{a}_x + 2\hat{a}_y) / \mu_0$ (A / m), encontre \vec{H}_2 , \vec{B}_2 , θ_1 e θ_2 .
- 3) - Um meio ferromagnético de grande extensão possui um campo magnético uniforme de 2 T. Se a permeabilidade relativa do meio é 200, encontre o valor de H dentro de (a) - Uma cavidade em forma de disco, com os seus lados planos paralelos a B. (b) - Idem, com os seus lados planos perpendiculares a B.