

## **Sumário**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Introdução</b>                                | <b>5</b>  |
| <b>O circuito RC série em corrente alternada</b> | <b>6</b>  |
| <b>A corrente em circuitos série</b>             | <b>6</b>  |
| <b>Gráficos senoidais do circuito RC série</b>   | <b>7</b>  |
| <b>Gráficos fasoriais do circuito RC série</b>   | <b>10</b> |
| <b>Impedância do circuito RC série</b>           | <b>12</b> |
| <b>A corrente no circuito RC série</b>           | <b>16</b> |
| <b>As tensões no circuito RC série</b>           | <b>19</b> |
| <b>Rede de defasagem RC</b>                      | <b>22</b> |
| <b>Determinação do ângulo de defasagem</b>       | <b>23</b> |
| <b>Apêndice</b>                                  | <b>29</b> |
| <b>Questionário</b>                              | <b>29</b> |
| <b>Bibliografia</b>                              | <b>29</b> |



**Espaço SENAI**

### **Missão do Sistema *SENAI***

Contribuir para o fortalecimento da indústria e o desenvolvimento pleno e sustentável do País, promovendo a educação para o trabalho e a cidadania, a assistência técnica e tecnológica, a produção e disseminação de informação e a adequação, geração e difusão de tecnologia.

O cliente é a razão do nosso trabalho, a fim de inseri-lo em um novo contexto social de competitividade e empregabilidade.

# Introdução

---

A partir deste fascículo, que tratará das características e do comportamento do circuito RC série em CA, inicia-se o estudo de pequenas associações de componentes ligados a fontes de corrente alternada.

É um momento importante no seu estudo de eletrônica básica, visto que inicia-se a constituição de **circuitos mais complexos** envolvendo componentes que já são conhecidos.

Estude-o cuidadosamente, tendo como objetivo compreender o comportamento desses circuitos que são muito importantes em equipamentos tanto de caráter industrial como de lazer.

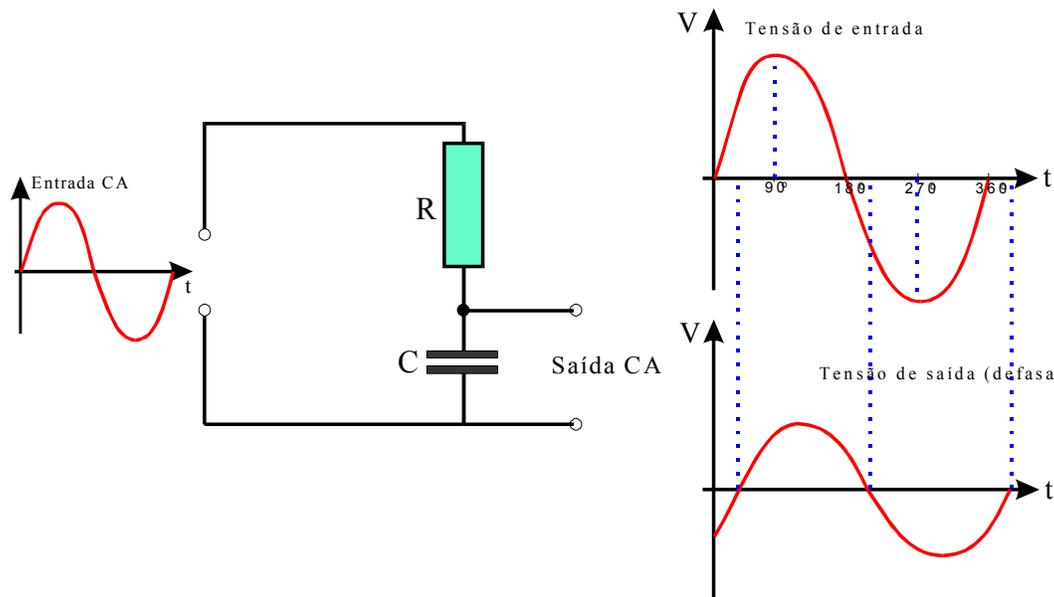


*Para ter sucesso no desenvolvimento do conteúdo e atividades deste fascículo, o leitor deverá ter conhecimentos relativos a:*

- Resistores.
- Capacitores em corrente alternada.
- Representação fasorial de parâmetros elétricos.

# O circuito RC série em corrente alternada

Os circuitos RC série em CA são utilizados como **redes de defasagem** quando se necessita obter uma defasagem entre a tensão de entrada e de saída. A **Fig.1** ilustra este princípio.

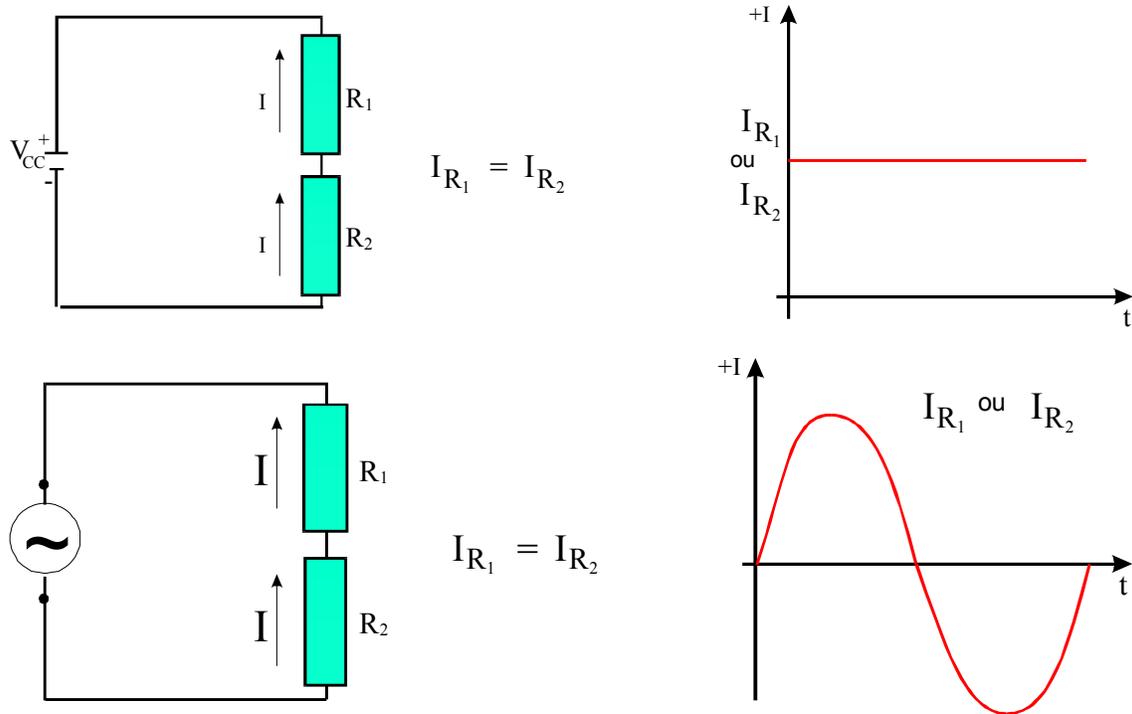


**Fig.1** Circuito RC em CA.

Essas redes de defasagem são muito empregadas nos equipamentos industriais, como por exemplo, os controles de velocidade para motores.

## A CORRENTE EM CIRCUITOS SÉRIE

A característica fundamental de um circuito série é que a corrente é única em todos os componentes associados. Essa característica se verifica tanto em circuitos alimentados por CC como por CA, como pode ser visto na **Fig.2**.

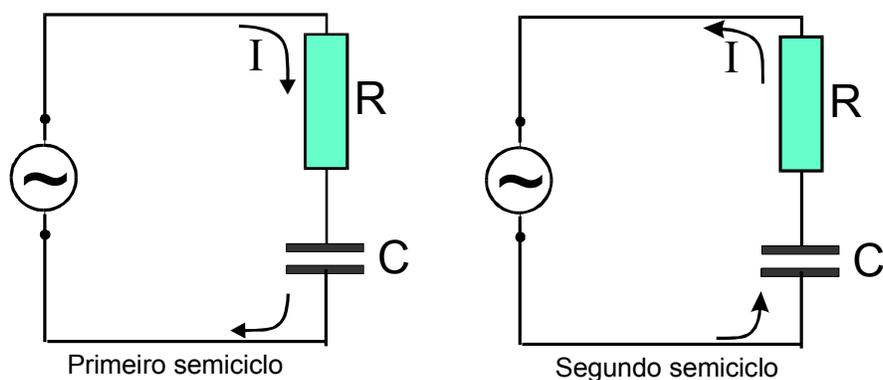


**Fig.2** Corrente em circuitos série.

Quando se realiza o estudo de um circuito série em CA com o objetivo de traçar os gráficos senoidais das tensões sobre seus componentes, a corrente é tomada como ponto de referência por ser única em todos os componentes.

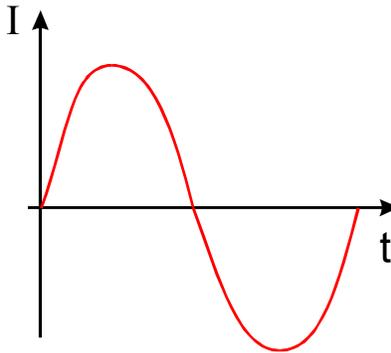
## GRÁFICOS SENOIDAIS DO CIRCUITO RC SÉRIE

Quando um circuito série formado por um resistor e um capacitor é ligado a uma rede de CA senoidal, ocorre a circulação de corrente, como mostrado na Fig.3.



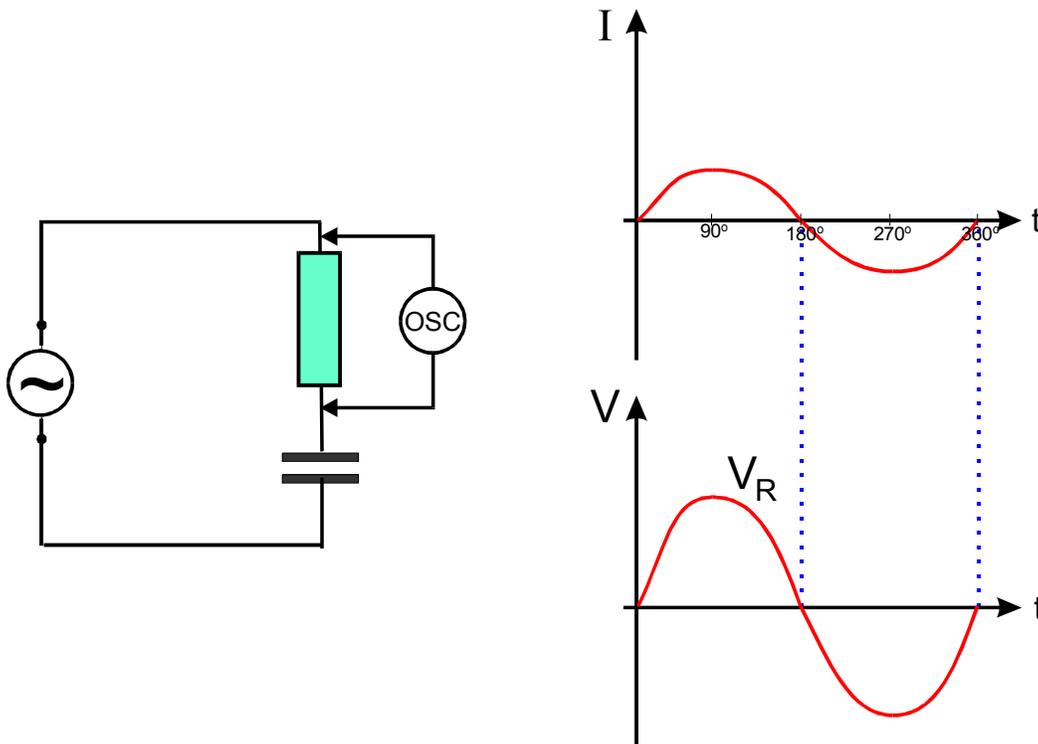
**Fig.3** Circulação de corrente em um circuito CA.

A corrente circulante tem a forma senoidal, podendo ser representada através de um gráfico, como ilustrado na **Fig.4**.



**Fig.4** Corrente senoidal.

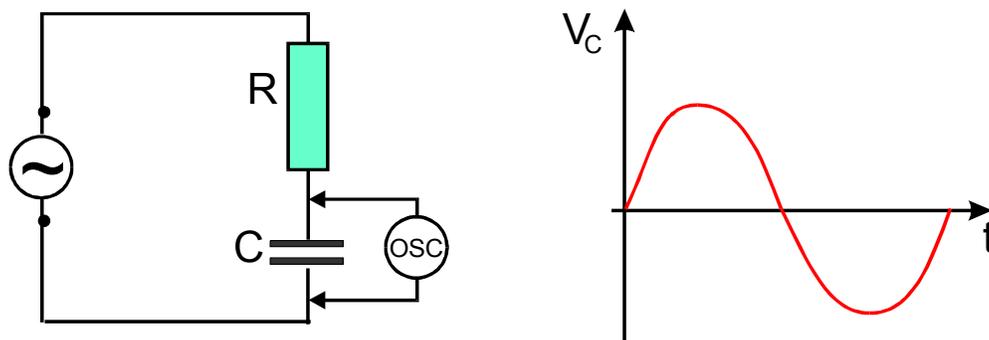
A circulação de corrente provoca o aparecimento de uma queda de tensão sobre o resistor. Como a corrente tem a forma senoidal, a queda de tensão sobre o resistor também é senoidal e está em fase com a corrente, como pode ser visto na **Fig.5**.



**Fig.5** Tensão senoidal em fase com a corrente.

Sobrepondo os gráficos senoidais da corrente e da tensão no resistor nos mesmos eixos, observa-se facilmente este comportamento.

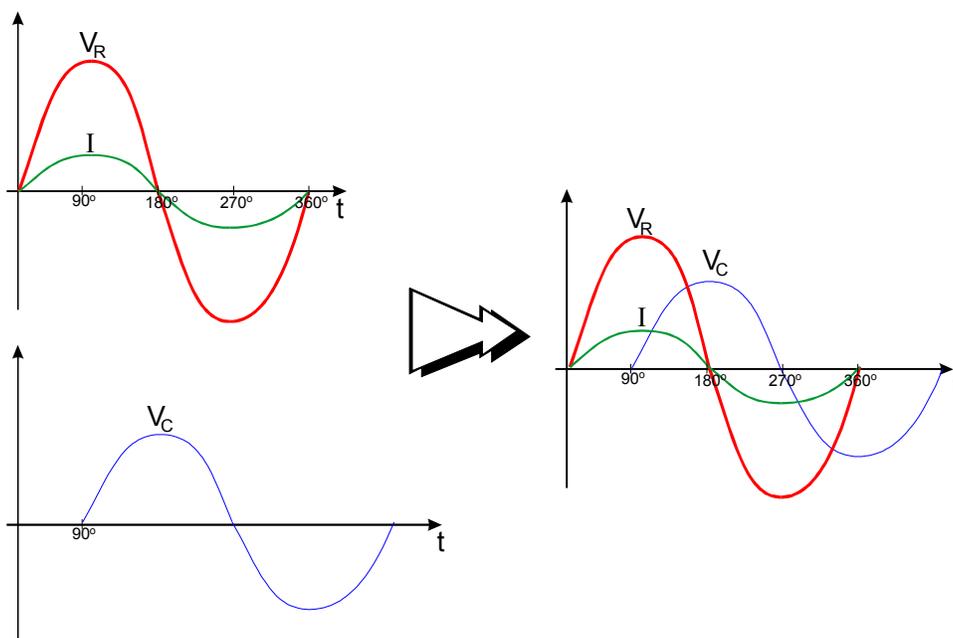
A tensão sobre o capacitor também tem a forma senoidal, como ilustrado na **Fig.6**.



**Fig.6** Tensão senoidal sobre o capacitor.

Existe, porém, um fato importante a considerar. A tensão sobre o capacitor está sempre atrasada de  $90^\circ$  com relação a sua corrente.

Por essa razão, a senóide que representa a tensão no capacitor deve ser deslocada  $90^\circ$  ao fazer a sobreposição dos gráficos do circuito, como pode ser visto na **Fig.7**.



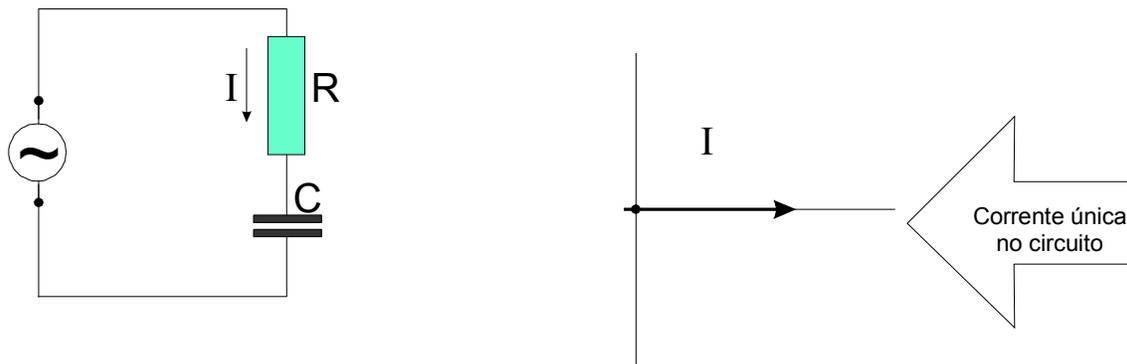
**Fig.7** Defasagem de  $90^\circ$  da tensão sobre o capacitor.

O gráfico completo representa o comportamento das tensões e correntes no circuito RC série.

## GRÁFICOS FASORIAIS DO CIRCUITO RC SÉRIE

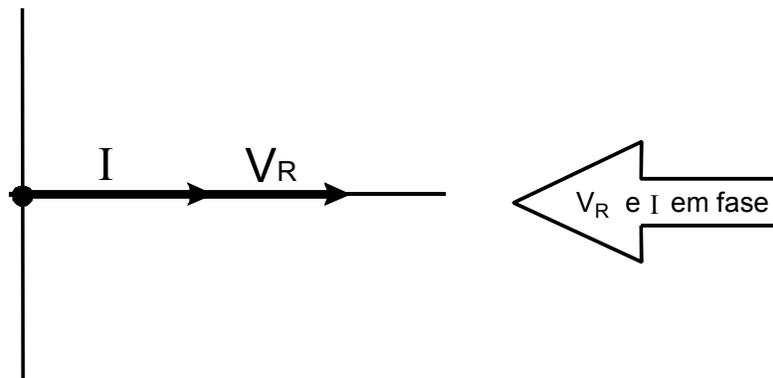
Os gráficos senoidais, apesar de ilustrativos, não são apropriados para o desenvolvimento do cálculo dos parâmetros dos circuitos de CA. Por essa razão, o estudo dos circuitos em CA geralmente é feito através dos gráficos fasoriais.

Para elaborar o gráfico fasorial do circuito RC série, toma-se como ponto de partida o fasor da corrente porque seu valor é único no circuito. Normalmente o fasor  $I$  é colocado sobre o eixo horizontal do sistema de referência, como pode ser visto na **Fig.8**.



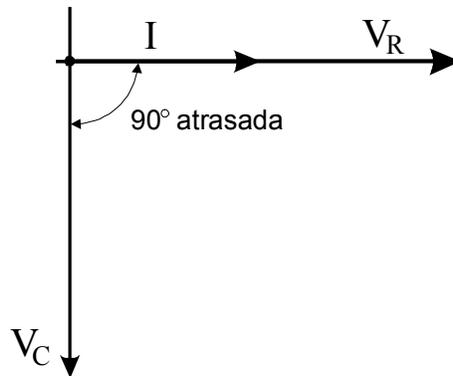
**Fig.8** Fasor  $I$  do circuito RC.

Partindo-se do princípio de que a tensão sobre um resistor está sempre em fase com a corrente, pode-se representar o fasor  $V_R$  sobre o fasor  $I$ , como pode ser visto na **Fig.9**.



**Fig.9** Fasor  $I$  e fasor  $V_R$  do circuito RC.

Falta ainda representar a tensão sobre o capacitor. Como a tensão no capacitor está atrasada  $90^\circ$  com relação a sua corrente, seu fasor forma um ângulo de  $90^\circ$  com o fasor  $I$ , como pode ser visto na **Fig.10**.



**Fig.10** Representação fasorial da corrente, da tensão sobre o resistor e da tensão sobre o capacitor de um circuito RC série.

# Impedância do circuito RC série

---

Quando se aplica a um circuito composto apenas por resistores uma fonte de CC ou CA, a oposição total que esse circuito apresenta à passagem da corrente é denominada de resistência total.

Entretanto, em circuitos de CA que apresentem resistências e reatâncias associadas, a expressão **resistência total** não é aplicada.

A oposição total que os circuitos compostos por resistências e reatâncias apresentam à passagem da corrente elétrica é denominada de **impedância**.



*Impedância é oposição total que um circuito composto por resistências e reatâncias apresenta ao fluxo da corrente elétrica.*

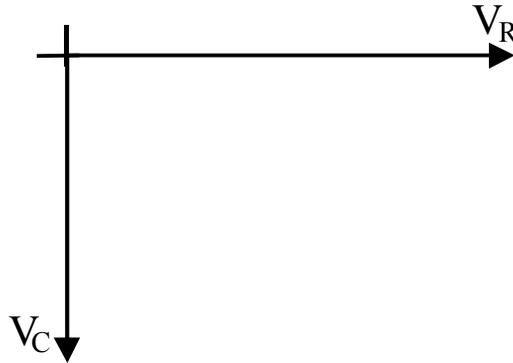
A impedância é representada pela letra  $Z$  e é expressa em ohms.

O circuito RC série em CA é um exemplo típico de circuito que contém resistência e reatância. Por esta razão o circuito RC série tem uma **impedância** que se opõe à passagem da corrente alternada.

A impedância de um circuito não pode ser calculada da mesma forma que uma resistência total de um circuito composto apenas por resistores.

A existência de **componentes reativos**, que defasam correntes ou tensões, torna necessário o uso de formas particulares para o cálculo da impedância de cada tipo de circuito.

Tomando-se como exemplo o circuito RC série, a equação da impedância pode ser encontrada a partir da análise do gráfico fasorial das tensões mostrado na **Fig.11**.



**Fig.11** Gráfico fasorial das tensões.

Dividindo-se os fasores por um valor  $I$  (corrente), obtém-se:

$$X_C = V_C/I \quad (1)$$

$$R = V_R/I \quad (2)$$

Então, pode-se redesenhar o gráfico fasorial conforme mostra a **Fig.12**.

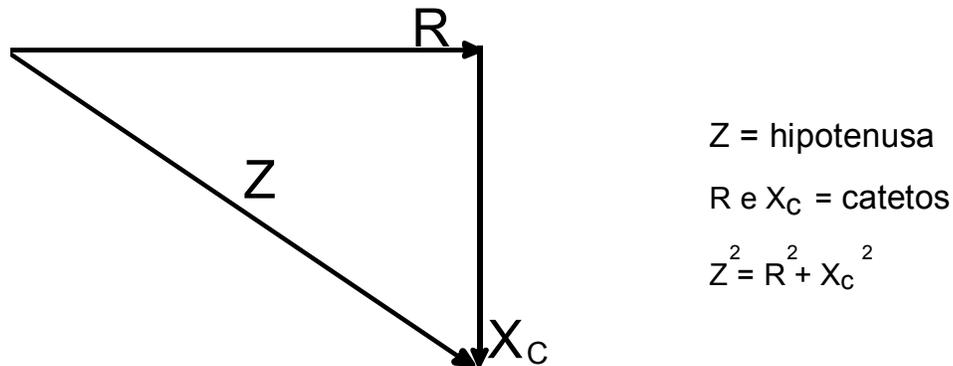


**Fig.12** Diagrama fasorial de  $X_C$  e  $R$ .

O gráfico mostra que a resistência ôhmica do resistor e a reatância capacitiva do capacitor estão defasadas de  $90^\circ$ .

A impedância do circuito RC é a soma dos efeitos de  $X_C$  e  $R$ , ou seja, a soma entre o fásor  $X_C$  e  $R$ .

Graficamente, essa soma é a resultante do sistema de fasores  $X_C$  e  $R$  e pode ser matematicamente calculada pelo Teorema de Pitágoras, uma vez que os fasores  $R$ ,  $X_C$  e  $Z$  formam um triângulo retângulo, como pode ser visto na Fig.13.



**Fig.13** Determinação da resultante pelo teorema de Pitágoras.

Isolando o valor de  $Z$ , obtém-se a equação para o cálculo da impedância do circuito RC série.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (3)$$

onde

$Z$  = impedância em  $\Omega$

$R$  = resistência do resistor em  $\Omega$

$X_C$  = reatância capacitiva em  $\Omega$ .

Esta equação pode ser desenvolvida para isolar  $R$  ou  $X_C$  :

$$R = \sqrt{Z^2 - X_C^2} \quad (4)$$

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} \quad (5)$$

A seguir, são apresentados dois exemplos que ilustram a utilização da equação da impedância do circuito RC série.

**Exemplo 1:**

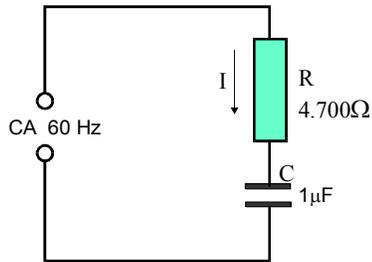
Dado o circuito da figura abaixo, determinar a impedância  $Z$ .

Dados:

$$R = 4.700\Omega$$

$$C = 1\mu\text{F}$$

$$f = 60\text{Hz}$$



**Solução:**

$$X_C = \frac{10^6}{2\pi \times f \times C} = \frac{1.000.000}{6,28 \times 60 \times 1}$$

$$X_c = 2.654\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{4.700^2 + 2.654^2}$$

$$Z = 5.397\Omega$$

**Exemplo 2:**

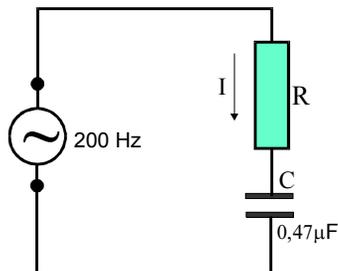
Determinar o valor de  $R$  para que a impedância do circuito abaixo seja de  $3800\Omega$ .

Dados:

$$C = 0,47\mu\text{F}$$

$$f = 200\text{Hz}$$

$$Z = 3.800\Omega$$



**Solução:**

$$X_C = \frac{10^6}{2\pi \times f \times C} = \frac{1.000.000}{6,28 \times 200 \times 0,47}$$

$$X_c = 1.694\Omega$$

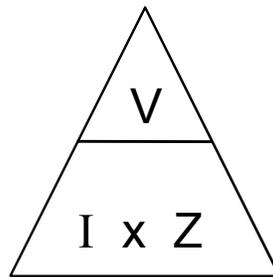
$$R = \sqrt{Z^2 - X_C^2} = \sqrt{3.800^2 - 1.694^2}$$

$$R = 3.402\Omega$$

# A corrente no circuito RC série

A corrente em um circuito RC série aplicado a uma rede de CA depende da tensão aplicada e da impedância que o circuito apresenta.

Os valores de  $V$ ,  $I$  e  $Z$  se relacionam segundo a Lei de Ohm, como ilustrado na **Fig.14**.



**Fig.14** Lei de Ohm.

A seguir, estão apresentados dois exemplos que ilustram a aplicação da equação.

### Exemplo 3:

Determinar a corrente no circuito da figura abaixo.

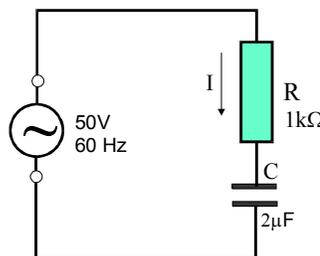
Dados:

$$R = 1.000\Omega$$

$$C = 2\mu\text{F}$$

$$f = 60\text{Hz}$$

$$V_{CA} = 50\text{V}$$



**Solução:**

Primeiro, calcula-se a impedância  $Z$  :

$$X_C = \frac{10^6}{2\pi \times f \times C} = \frac{1.000.000}{6,28 \times 60 \times 2}$$

$$X_C = 1.326\Omega.$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{1.000^2 + 1.326^2}$$

$$Z = 1.661\Omega.$$

Dispondo de  $Z$ , pode-se agora calcular  $I$ :

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{50}{1.661}$$

$$I = 0,03A \text{ ou } I = 30mA.$$

**Exemplo 4:**

Determinar a corrente no circuito da figura abaixo.

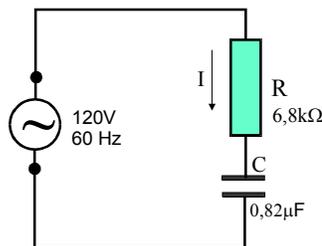
Dados:

$$R = 6.800\Omega$$

$$C = 0,82\mu F$$

$$f = 60\text{Hz}$$

$$V_T = 120V$$



**Solução:**

A impedância  $Z$  pode ser calculada como :

$$X_C = \frac{10^6}{2\pi \times f \times C} = \frac{1.000.000}{6,28 \times 60 \times 0,82}$$

$$X_C = 3.236\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{6.800^2 + 3236^2}$$

$$Z = 7.530\Omega$$

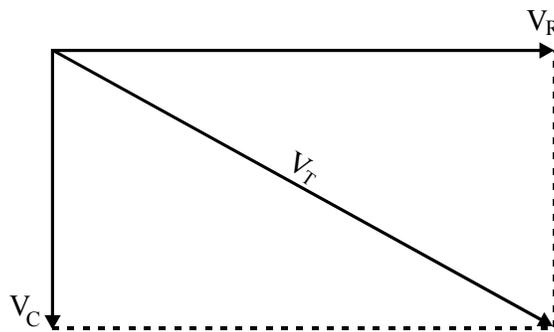
Logo, a corrente  $I$  é dada por :

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{120}{7.530}$$

$$I = 0,0159A.$$

# As tensões no circuito RC série

As tensões no capacitor e no resistor estão defasadas 90° entre si, conforme mostra o gráfico fasorial do circuito RC série ilustrado na **Fig.11**. Como no caso da impedância, a tensão total é determinada pela resultante dos dois fasores, como ilustrado na **Fig.15**.



**Fig.15** Tensão total.

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \quad (6)$$

onde

- $V_T$  = tensão aplicada ao circuito em volt
- $V_R$  = queda de tensão no resistor em volt
- $V_C$  = queda de tensão no capacitor em volt

Da **Eq.(6)** pode-se obter a tensão no resistor ou no capacitor :

$$V_R = \sqrt{V_T^2 - V_C^2} \quad (7)$$

$$V_C = \sqrt{V_T^2 - V_R^2} \quad (8)$$

Quando se dispõe da corrente no circuito, podem-se calcular as tensões no resistor e no capacitor com base na Lei de Ohm:

$$V_C = IX_C \quad (9)$$

$$V_R = IR \quad (10)$$

A seguir são apresentados dois exemplos de cálculo das tensões no circuito RC série em CA.

**Exemplo 5:**

Determinar a tensão  $V_T$  aplicada ao circuito da figura abaixo.

Dados:

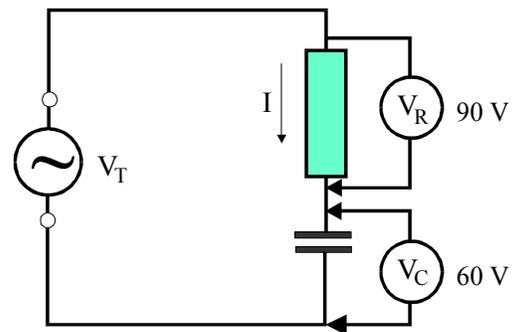
$$V_R = 90V$$

$$V_C = 60V$$

**Solução:**

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{90^2 + 60^2}$$

$$V_T = 108V$$



É importante observar que não se pode simplesmente somar as quedas de tensão  $V_C$  e  $V_R$  para obter-se  $V_T$ , porque as tensões são defasadas, resultando em uma soma fasorial.

**Exemplo 6:**

Determinar os valores de  $V_R$  e  $V_C$  no circuito da figura abaixo.

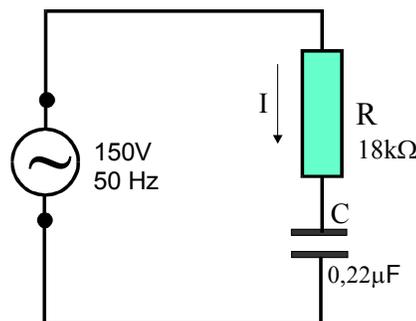
Dados:

$$V_T = 150V_{CA}$$

$$R = 1.800\Omega$$

$$C = 0,22\mu F$$

$$f = 50Hz$$



**Solução:**

$$X_C = \frac{10^6}{2\pi \times f \times C} = \frac{1.000.000}{6,28 \times 50 \times 0,22}$$

$$X_C = 14,476\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{18.000^2 + 14.476^2}$$

$$Z = 23.099\Omega$$

Dispondo-se de Z e da tensão total, pode-se determinar a corrente :

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{150}{23.099}$$

$$I = 6,49\text{mA}$$

Portanto, tem-se que :

$$V_R = IR = 0,00649 \times 18.000$$

$$V_R = 116,8\text{V}$$

$$V_C = IX_C = 0,00649 \times 14.476$$

$$V_C = 93,9\text{V}$$

Esses valores de tensão podem ser conferidos da seguinte forma :

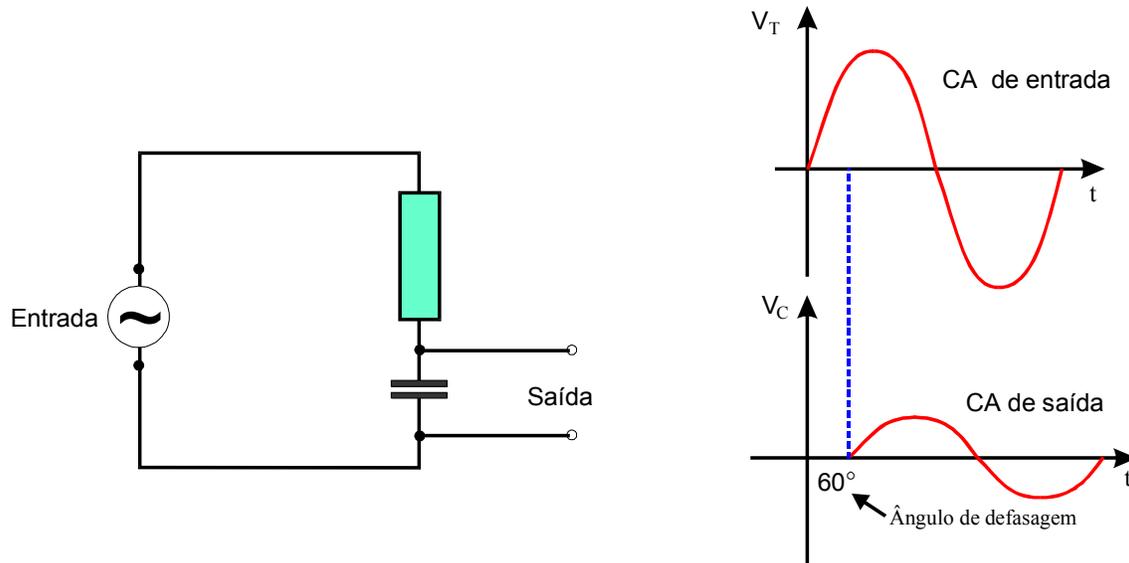
$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{116,8^2 + 93,9^2}$$

$$V_T = 149,86\text{V}$$

Considerando o arredondamento, a equação da tensão total comprova que as tensões  $V_R$  e  $V_C$  estão corretas.

# Rede de defasagem RC

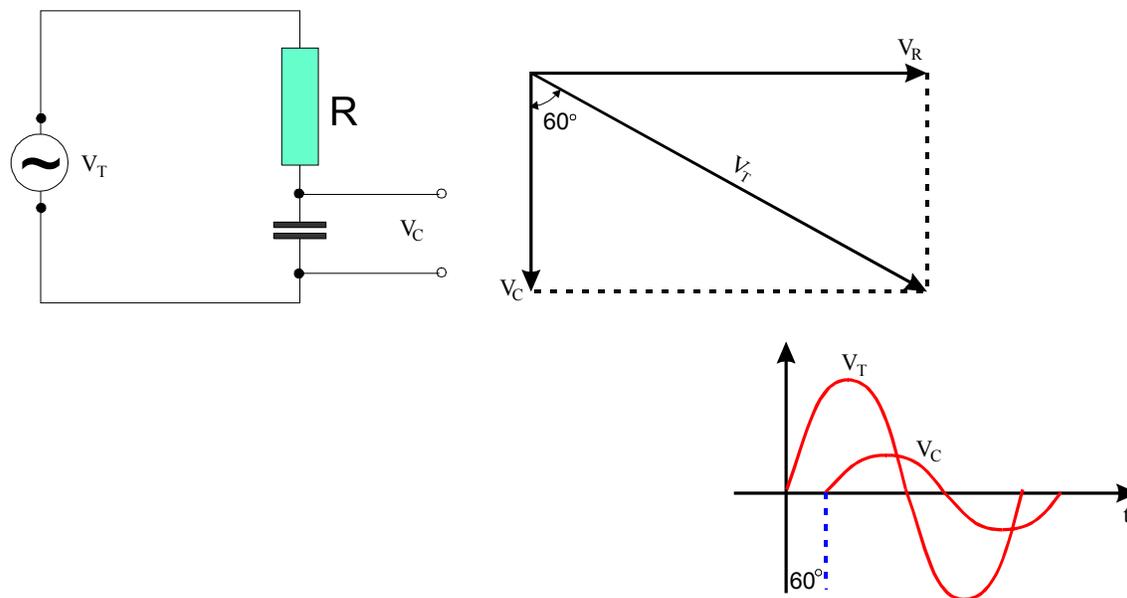
O circuito RC série é utilizado normalmente como forma de se obter uma tensão CA defasada a partir de uma CA disponível. Quando o circuito RC é usado com essa finalidade, normalmente é chamado de **rede de defasagem RC**. A **Fig.16** ilustra este princípio.



**Fig.16** Rede e defasagem RC.

A tensão aplicada à rede de defasagem corresponde à tensão  $V_T$  do gráfico fasorial e a tensão de saída ao vetor  $V_C$ , uma vez que a saída é tomada sobre o capacitor.

O ângulo formado entre os fasores  $V_T$  e  $V_C$  (por exemplo:  $60^\circ$ ), será o ângulo de defasagem entre as senóides de entrada e saída do circuito, como mostrado na **Fig.17**.

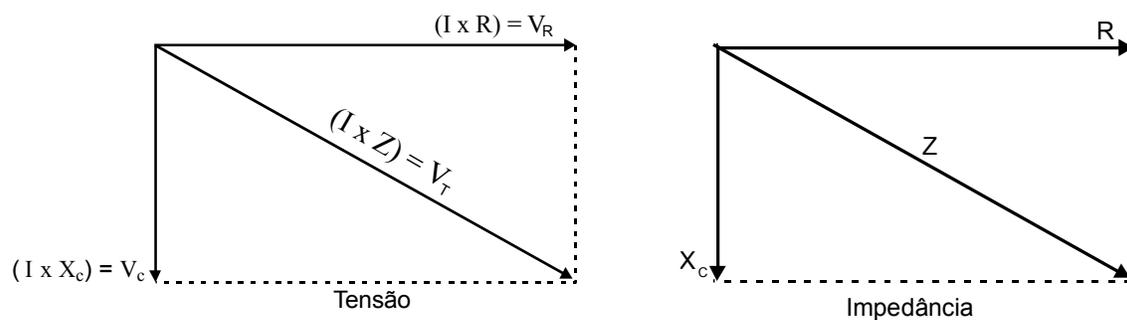


**Fig.17** Representação das tensões  $V_T$  e  $V_C$ .

O ângulo de defasagem que uma rede RC provoca pode ser determinada a partir dos valores de  $V_R$ ,  $V_C$  e  $V_T$  (medidos no circuito) ou dos valores de  $R$  e  $C$  e  $f$ .

## DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO DE DEFASAGEM

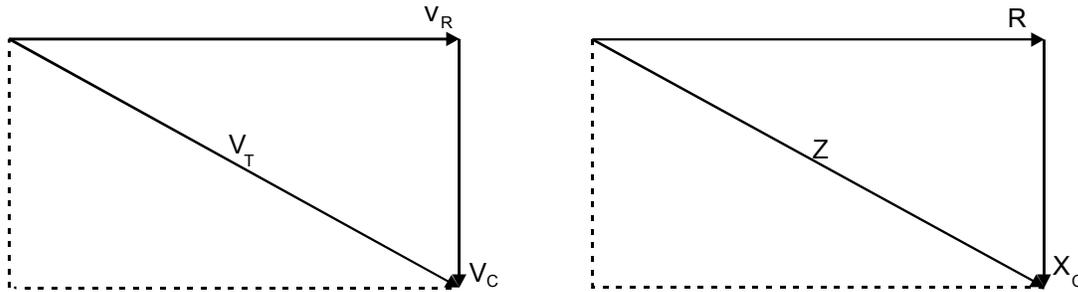
O gráfico fasorial do circuito RC pode ser apresentado de duas maneiras, conforme mostrado na **Fig.18**.



**Fig.18** Gráfico fasorial do circuito RC.

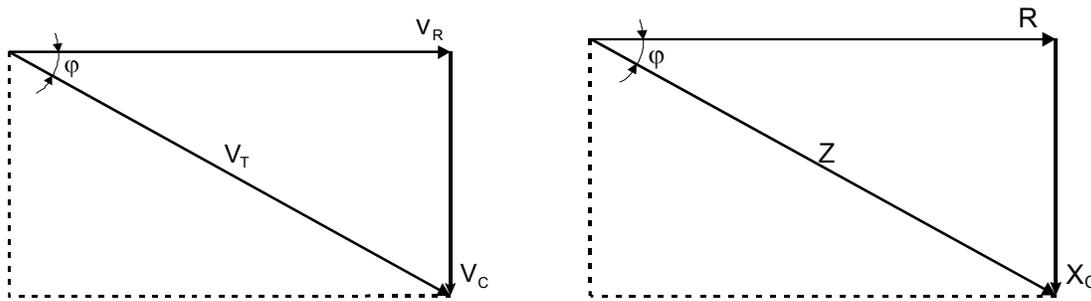
Note que os ângulos nos dois gráficos são os mesmos.

Os fasores de  $V_C$  ou  $X_C$  podem ser trocados de posição de forma a se obter triângulos retângulos, conforme mostrado na **Fig.19**



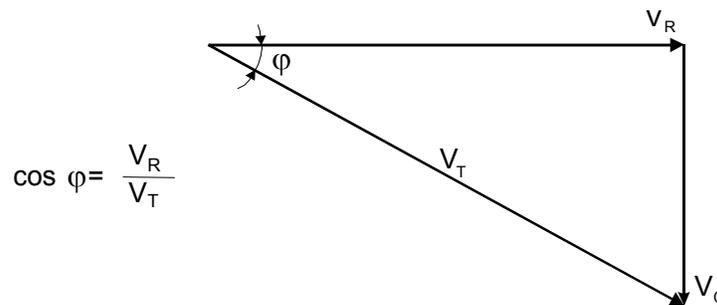
**Fig.19** Fasores  $V_C$  e  $X_C$ .

O ângulo formado entre os fasores  $V_R$  e  $V_T$  (ou  $R$  e  $Z$ ) é representado pela letra grega  $\varphi$  (lê-se fi), mostrado na **Fig.20**.



**Fig.20** Ângulo entre os vetores  $V_R$  e  $V_T$

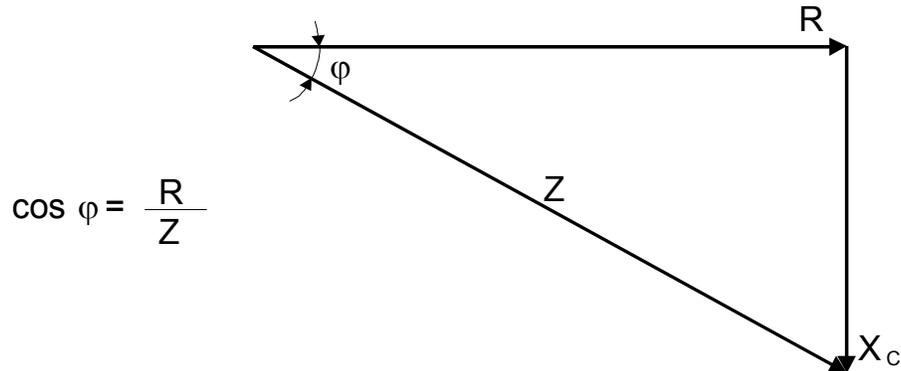
Se os valores de  $V_R$  e  $V_T$  são conhecidos (medindo-se o circuito em funcionamento), pode-se determinar o cosseno do ângulo, conforme ilustrado na **Fig.21**.



**Fig.21** Cosseno do ângulo entre  $V_R$  e  $V_T$ .

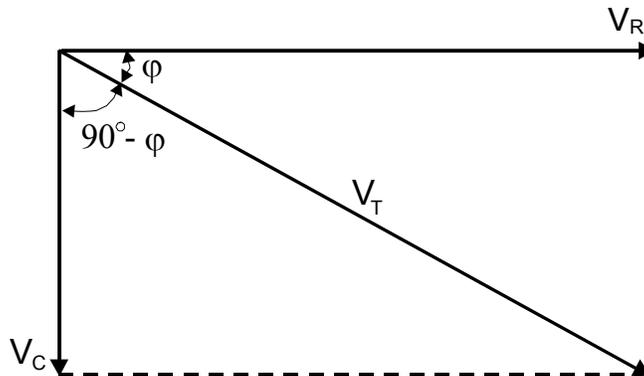
Conhecendo-se o cosseno de um ângulo, o seu valor pode ser determinado através de uma tabela ou de uma máquina de calcular.

Da mesma forma, o ângulo  $\varphi$  pode ser determinado conhecendo-se os valores de  $R$  e  $Z$ , como ilustrado na **Fig.22**.



**Fig.22** Valores de  $R$  e  $Z$  também levam a  $\varphi$ .

Sabendo-se o ângulo entre  $V_R$  e  $V_T$  (ou  $R$  e  $Z$ ), pode-se determinar o ângulo entre  $V_C$  e  $V_T$  ou  $R$  e  $Z$ , como ilustrado na **Fig.23**.



**Fig.23** Ângulo entre os fasores  $V_C$  e  $V_T$ .

Quando o ângulo  $\varphi$  entre  $V_R$  e  $V_T$  (ou  $R$  e  $Z$ ) é menor que  $45^\circ$ , o circuito é dito **predominantemente resistivo**.

Quando o ângulo  $\varphi$  entre  $V_R$  e  $V_T$  (ou  $R$  e  $Z$ ) é maior que  $45^\circ$ , o circuito é dito **predominantemente capacitivo**.

A seguir, são apresentados dois exemplos de determinação de defasagem provocada por redes RC.

**Exemplo 7:**

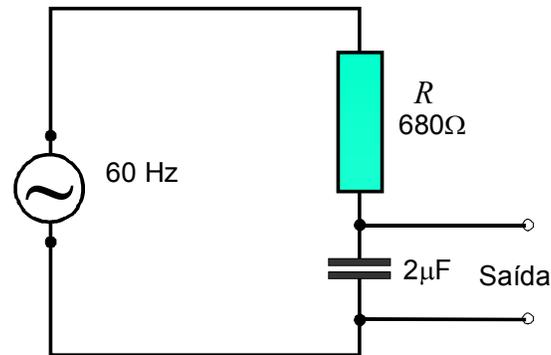
Determinar o ângulo de defasagem entre a CA de entrada e a CA de saída do circuito da figura abaixo.

Dados:

$$R = 680\Omega$$

$$C = 2\mu\text{F}$$

$$f = 60\text{Hz}$$



**Solução:**

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$X_C = \frac{10^6}{2\pi \times f \times C} = \frac{1.000.000}{6,28 \times 60 \times 2}$$

$$X_C = 1.326\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{680^2 + 1326^2}$$

$$Z = 1.490\Omega$$

Dispondo-se de R e Z, pode-se então calcular  $\cos \varphi$

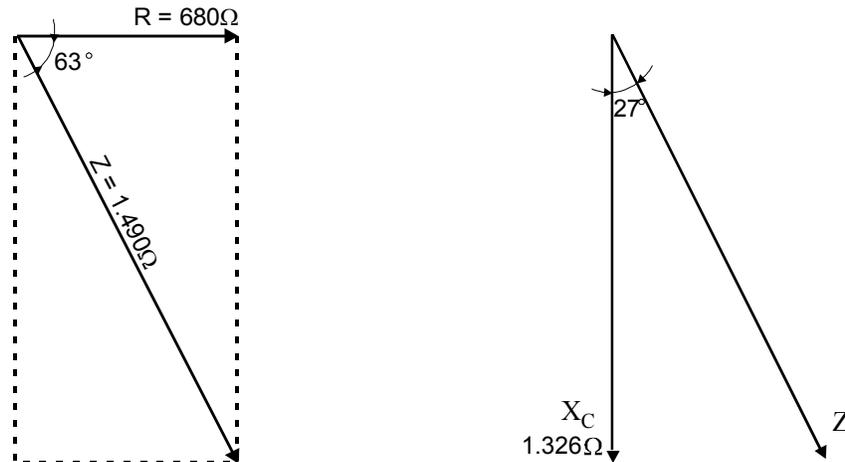
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{680}{1.490}$$

$$\cos \varphi = 0,456$$

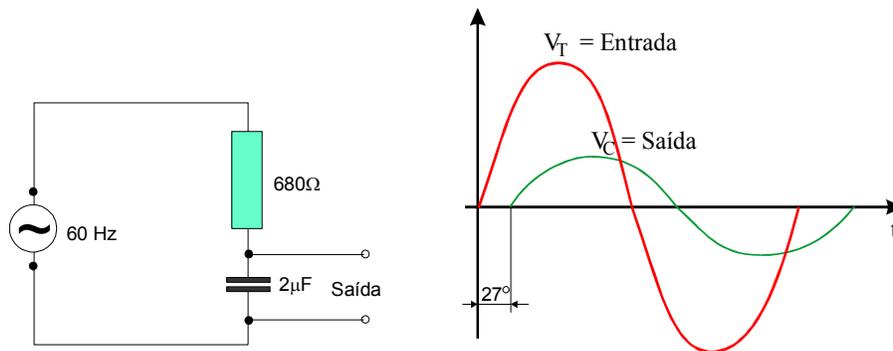
Consultando uma tabela de cossenos ou usando calculadora, tem-se que:

$$\varphi = 63^\circ \quad (\text{circuito predominantemente capacitivo})$$

Conhecendo-se o ângulo  $\phi$  entre R e Z, é possível construir o gráfico fasorial de R e Z e de  $X_C$  e Z, como mostrado na figura abaixo.



Isto significa que a senóide da saída do circuito ( $V_C$ ) estará  $27^\circ$  defasada com relação a entrada, como pode ser visto na figura abaixo.



### Exemplo 8:

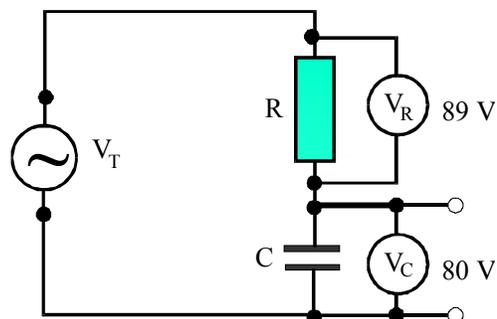
Determinar a defasagem entre a entrada e a saída da rede mostrada na figura abaixo.

Dados:

$$V_R = 89V$$

$$V_C = 80V$$

$$V_T = 120V$$

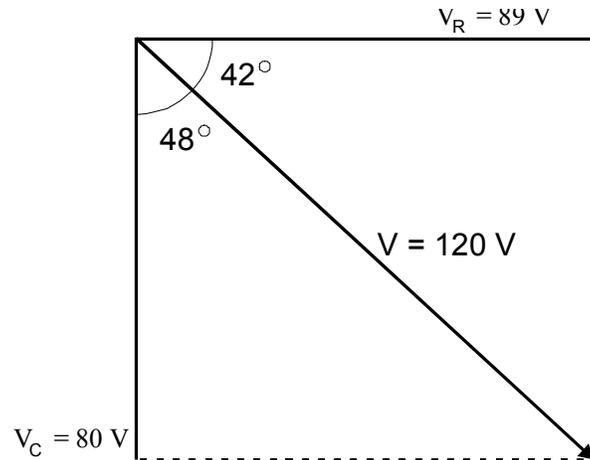


**Solução:**

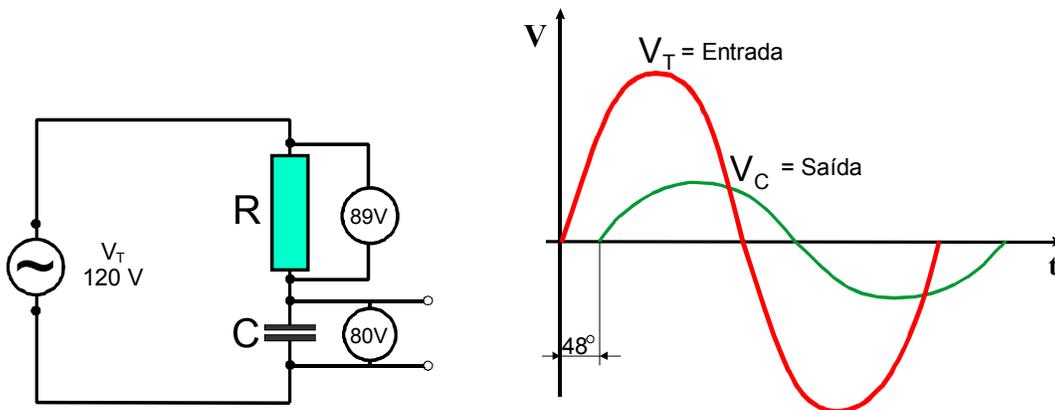
$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V_T}$$

$$\cos \varphi = 0,74 \quad \varphi = 42^\circ$$

A figura mostra o gráfico fasorial das tensões.



Como pode ser visto na figura abaixo, a senóide de saída está defasada de  $48^\circ$  em relação à da entrada.



# Apêndice

## QUESTIONÁRIO

1. O que se entende por impedância ?
2. Como se determina a impedância de um circuito RC série ?
3. Em um circuito RC série em CA, seja  $V_R$  e  $V_C$  as quedas de tensão sobre o resistor e o capacitor, respectivamente. Determinar a tensão  $V_T$  aplicada ao circuito.

## BIBLIOGRAFIA

DAWES, CHESTER L. Curso de Eletrotécnica; Corrente Alternada. A course in electrical engineering Trad. de João Protásio Pereira da Costa. 18.<sup>a</sup> ed., Porto Alegre, Globo, 1974. vol.4

VAN VALKENBURG, NOOGER & NEVILLE. Eletricidade Básica. 5.<sup>a</sup> ed., Rio de Janeiro.