

## **Sumário**

<b>Introdução</b>	<b>5</b>
<b>O circuito RL série em corrente alternada</b>	<b>6</b>
<b>Impedância e corrente no circuito RL série em corrente alternada</b>	<b>8</b>
<b>As tensões no circuito RL série em corrente alternada</b>	<b>11</b>
<b>Rede de defasagem RL</b>	<b>14</b>
<b>Apêndice</b>	<b>20</b>
<b>Questionário</b>	<b>20</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>20</b>



**Espaço SENAI**

### **Missão do Sistema *SENAI***

Contribuir para o fortalecimento da indústria e o desenvolvimento pleno e sustentável do País, promovendo a educação para o trabalho e a cidadania, a assistência técnica e tecnológica, a produção e disseminação de informação e a adequação, geração e difusão de tecnologia.

**Imagem Institucional** – Desenvolver ações que atendam as reais necessidades do mercado.

# Introdução

---

Os indutores também podem ser associados em série ou em paralelo com resistores formando circuitos RL.

A partir deste fascículo, inicia-se o estudo desses circuitos, denominados de **circuitos reativos indutivos**.

Este fascículo tratará do circuito RL série, abordando os aspectos relativos a impedância, tensão e corrente, visando a possibilitar a compreensão do comportamento desses circuitos.

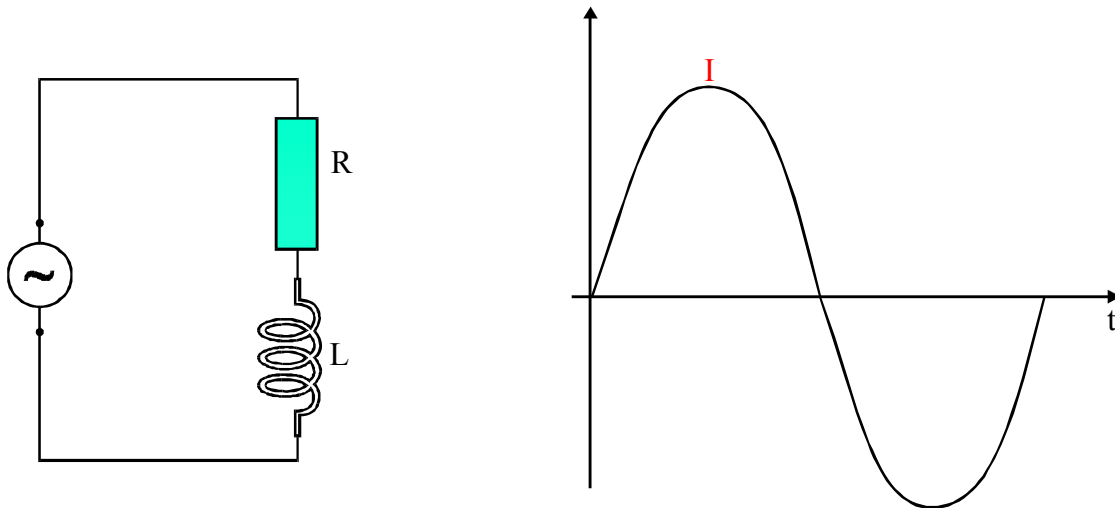


*Para ter sucesso no desenvolvimento do conteúdo e atividades deste fascículo, o leitor já deverá ter conhecimentos relativos a:*

- Representação fasorial de parâmetros elétricos.
- Indutores.

# O circuito RL série em corrente alternada

Quando se aplica a um circuito série RL uma fonte de corrente alternada senoidal, a corrente circulante também assume a forma senoidal, como pode ser visto na **Fig.1**.

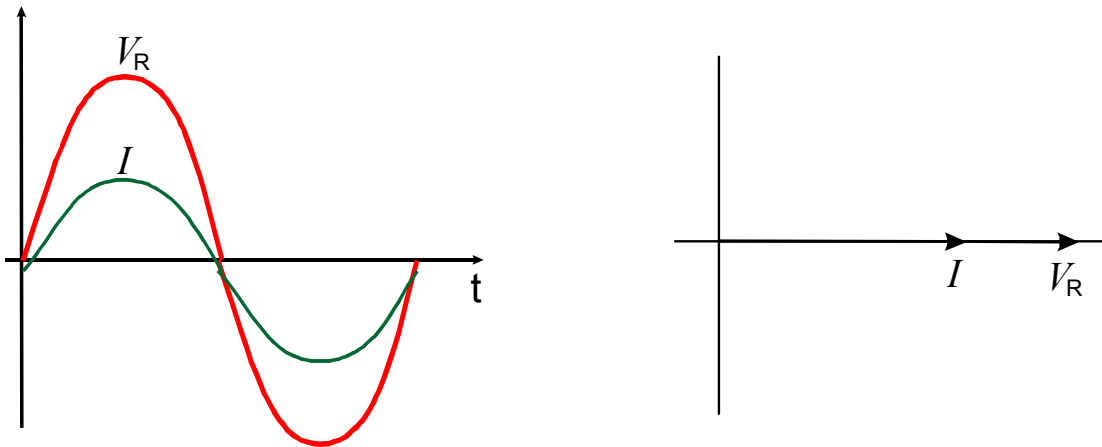


**Fig.1** Circuito RL série.

Como em todo o circuito série, a corrente é única no circuito ( $I_R = I_L = I$ ). Por esta razão, a corrente é tomada como referência para o estudo do circuito RL série.

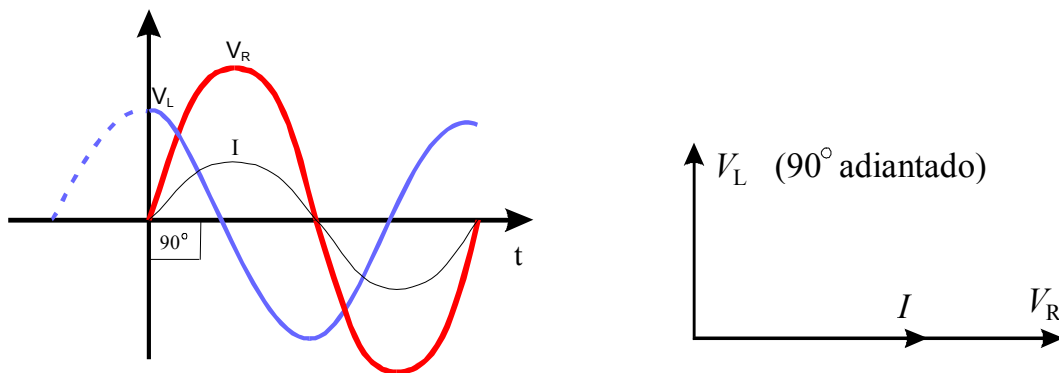
A circulação de corrente através do resistor dá origem a uma queda de tensão sobre o componente.

A queda de tensão no resistor ( $V_R = I \times R$ ) está em fase com a corrente, como ilustrado na **Fig.2**.



**Fig.2** Tensão em fase com a corrente no resistor.

Essa mesma corrente ao circular no indutor dá origem a uma queda de tensão sobre o componente. Devido à auto-indutância, a queda de tensão no indutor ( $V_L = I \times X_L$ ) está adiantada  $90^\circ$  em relação à corrente do circuito, como pode ser visto na **Fig.3**.



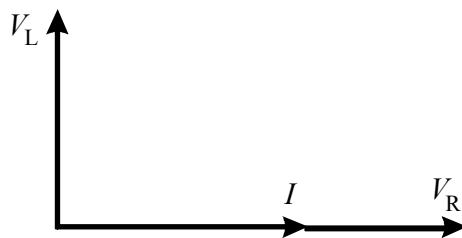
**Fig.3** Tensão no indutor adiantada  $90^\circ$  em relação a corrente.

A **Fig.3** representa o gráfico senoidal e fasorial completo para o circuito RL série.

# Impedância e corrente no circuito RL série em corrente alternada

O circuito RL série usado em corrente alternada apresenta uma oposição à circulação de corrente, denominada impedância.

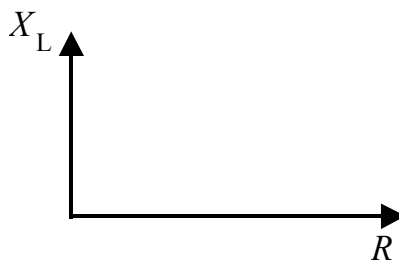
A fórmula para calcular esta impedância pode ser encontrada a partir da análise do gráfico fasorial do circuito mostrado na **Fig.1**. A **Fig.4** mostra novamente este diagrama fasorial.



**Fig.4** Gráfico fasorial para circuito RL.

O fasor  $V_L$  é dado por  $I \times X_L$  e o fasor  $V_R$  representa  $I \times R$ .

Dividindo-se as intensidades dos fasores pela intensidade de  $I$ , o gráfico não se altera e assume a característica mostrada na **Fig.5**.



**Fig.5** Diagrama fasorial  $X_L$  versus  $R$ .

A resultante do sistema de fasores fornece a impedância do circuito RL série, e pode ser calculado pelo uso do Teorema de Pitágoras.

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

Isolando-se  $Z$ , tem-se:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (1)$$

onde

$Z$  = impedância em ohms

$R$  = resistência em ohms

$X_L$  = reatância em ohms.

A partir dessa equação, podem ser isoladas as equações que determinam  $R$  e  $X_L$ .

$$R = \sqrt{Z^2 - X_L^2}$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

### Exemplo 1

Um indutor de 200mH em série com um resistor de  $1.800\Omega$  é conectado a uma fonte CA de 1.200Hz . Determinar a impedância do circuito.

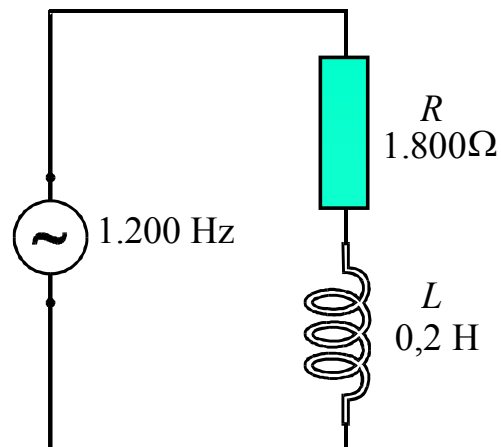
#### Solução :

$$X_L = 2\pi \times f \times L = 6,28 \times 1.200 \times 0,2$$

$$X_L = 1.507,2 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1.800^2 + 1.507,2^2}$$

$$Z = 2.347,7 \Omega$$



A partir do momento em que se dispõe da impedância de um circuito, pode-se calcular a corrente a partir da Lei de Ohm para circuitos de corrente alternada.

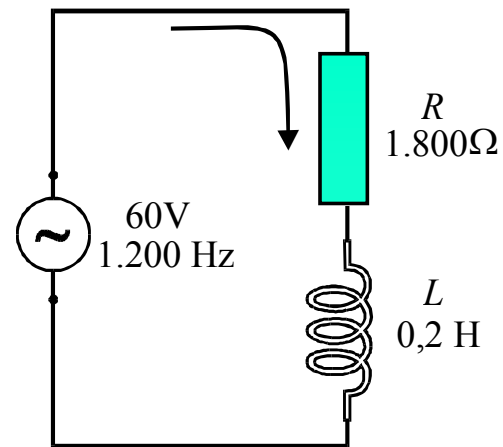
**Exemplo 2**

Aproveitando o Exemplo 1, que corrente circulará no circuito se a fonte fornece 60V (eficazes) ao circuito?

**Solução :**

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{60}{2.347,7}$$

$$I = 25,6 \text{ mA}$$

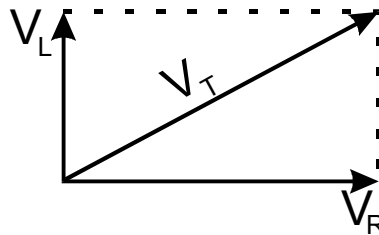




# As tensões no circuito RL série em corrente alternada

No gráfico fasorial do circuito RL série a tensão no indutor  $V_L$  está defasada  $90^\circ$  da tensão no resistor  $V_R$  devido ao fenômeno de auto-indução.

A tensão total  $V_T$  é a resultante do sistema de fasores, e é calculada através do Teorema de Pitágoras, como ilustrado na **Fig.6**.



$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \quad (2)$$

**Fig.6** Cálculo da resultante  $V_T$ .

Cabe ressaltar que a tensão total **não pode** ser encontrada através de soma simples ( $V_R + V_L$ ) porque estas tensões estão defasadas, entre si.

A fórmula de  $V_T$  pode ser desdobrada para isolar os valores de  $V_R$  e  $V_L$ .

$$V_R = \sqrt{V_T^2 - V_L^2}$$

$$V_L = \sqrt{V_T^2 - V_R^2}$$

Os valores de  $V_R$  e  $V_L$  podem ser calculados separadamente, se a corrente é conhecida, através da Lei de Ohm.

A seguir são mostrados dois exemplos que ilustram a utilização das equações.

**Exemplo 3:**

Determinar as tensões sobre o resistor e o indutor do circuito da figura abaixo.

**Solução :**

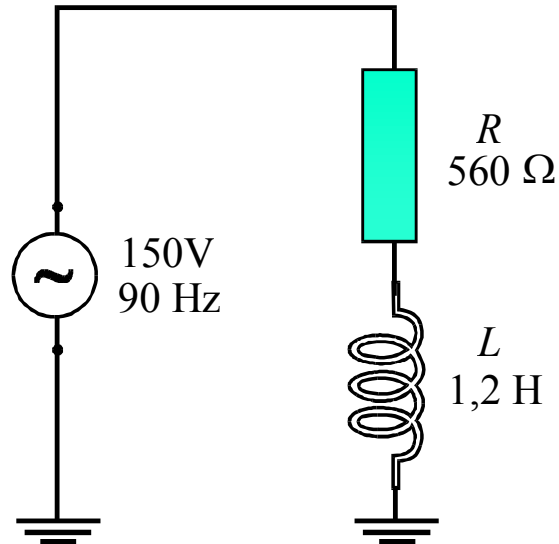
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$X_L = 2\pi \times f \times L = 6,28 \times 90 \times 1,2$$

$$X_L = 678,2 \Omega$$

$$Z = \sqrt{560^2 + 678,2^2} = \sqrt{773.555}$$

$$Z = 879 \Omega$$



$$I = \frac{V_T}{Z}$$

$$I = \frac{150}{879}$$

$$I = 0,171 \text{ A}$$

$$V_R = I \times R$$

$$V_R = 0,171 \times 560$$

$$V_R = 95,8 \text{ V}$$

$$V_L = I \times X_L$$

$$V_L = 0,171 \times 678,2$$

$$V_L = 115,9 \text{ V}$$

As tensões  $V_R$  e  $V_L$  podem ser conferidas, aplicando-se os seus valores na Eq.(2) de  $V_T$ .

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

$$V_T = \sqrt{95,8^2 + 115,9^2}$$

$$V_T = \sqrt{22.610,45}$$

$$V_T = 150,36 \text{ V}$$

A diferença de 0,36V deve-se as aproximações usadas.

**Exemplo 4:**

Determinar a corrente que circula no circuito da figura abaixo.

**Solução :**

Com  $V_R$  e  $R$ , pode-se determinar  $I$  :

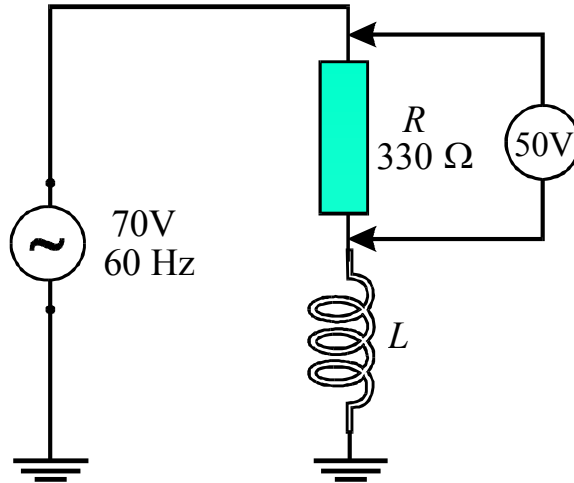
$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{50 \text{ A}}{330 \Omega}$$

$$I = 0,152 \text{ A}$$

Com  $V_T$  e  $V_R$ , pode-se determinar  $V_L$  :

$$V_L = \sqrt{V_T^2 - V_R^2} = \sqrt{70^2 - 50^2}$$

$$V_L = 49 \text{ V}$$



Com  $V_L$  e  $I$ , pode-se determinar  $X_L$  :

$$X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{49}{0,152} \qquad X_L = 322,4 \Omega$$

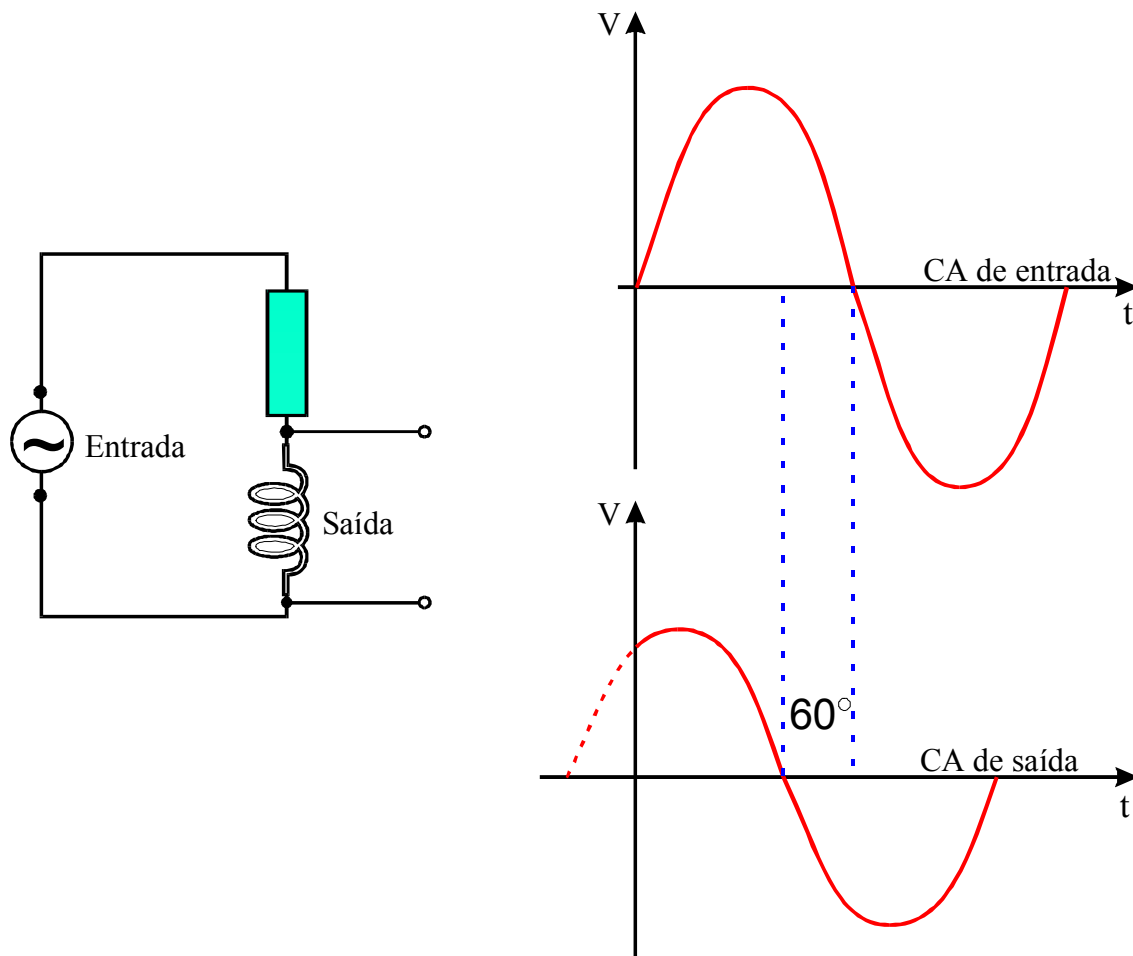
Então, pode-se determinar  $L$  :

$$X_L = 2\pi \times f \times L$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi \times f} = \frac{322,4}{6,28 \times 60} \qquad L = 0,86 \text{ H}$$

# Rede de defasagem RL

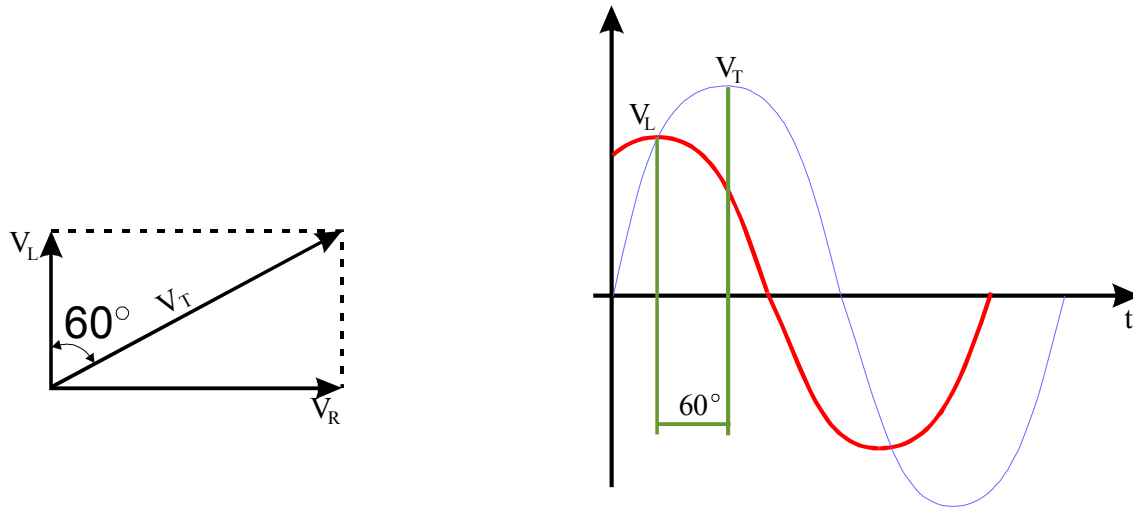
O circuito RL série usado em corrente alternada permite que se obtenha uma tensão alternada defasada da tensão aplicada, como ilustrado na **Fig.7**.



**Fig.7** Rede de defasagem RL.

A tensão aplicada à rede RL corresponde à tensão  $V_T$  no gráfico fasorial e a tensão de saída ao fasor  $V_L$ , uma vez que a saída é tomada sobre o indutor.

Pelo gráfico fasorial, verifica-se que a tensão  $V_L$  (tensão de saída) está adiantada em relação a tensão  $V_T$  (tensão de entrada). O ângulo entre os fasores  $V_L$  e  $V_T$  é o ângulo de defasagem entre entrada e saída, como pode ser visto na Fig. 8.



**Fig.8** Defasagem entre as tensões  $V_L$  e  $V_T$ .

O ângulo de defasagem pode ser determinado a partir do gráfico fasorial da impedância ou das tensões, como mostrado na Fig.9.



**Fig.9** Gráfico fasorial da impedância e das tensões.

O ângulo entre  $V_R$  e  $V_T$  é o ângulo  $\varphi$  que pode ser encontrado através das seguintes relações do triângulo retângulo :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \text{ou} \quad \cos \varphi = \frac{V_R}{V_T}$$

$$\varphi = \arccos \frac{R}{Z} \quad \text{ou} \quad \varphi = \arccos \frac{V_R}{V_T}$$

Tendo-se o ângulo  $\varphi$  (ângulo entre  $V_R$  e  $V_T$ ), determina-se o ângulo  $\alpha$  (entre  $V_T$  e  $V_L$ ).

$$\alpha = 90^\circ - \varphi$$

Quando o efeito resistivo no circuito é maior que o indutivo ( $R > X_L$ ), o ângulo  $\varphi$  é menor que  $45^\circ$  e o circuito é dito **predominantemente resistivo**.

Se, por outro lado, o efeito indutivo é maior que o resistivo ( $X_L > R$ ), o ângulo  $\varphi$  é maior que  $45^\circ$  e o circuito é dito **predominantemente indutivo**.

A seguir são mostrados dois exemplos de determinação do ângulo de defasagem provocado por um circuito RL série em corrente alternada.

**Exemplo 5:**

Determinar o ângulo de defasagem entre a saída e a entrada do circuito da figura abaixo.

**Solução :**

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

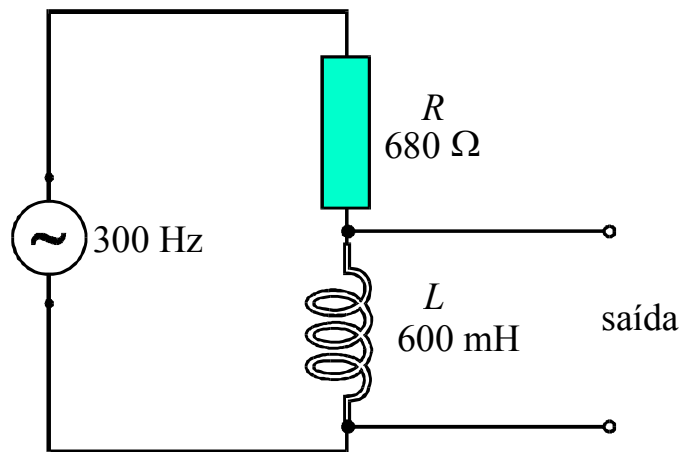
Determinação de  $Z$  :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$X_L = 2\pi \times f \times L$$

$$X_L = 6,28 \times 300 \times 0,6$$

$$X_L = 1.130 \Omega$$



$$Z = \sqrt{680^2 + 1.130^2}$$

$$Z = \sqrt{1.739.300}$$

$$Z = 1.319 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

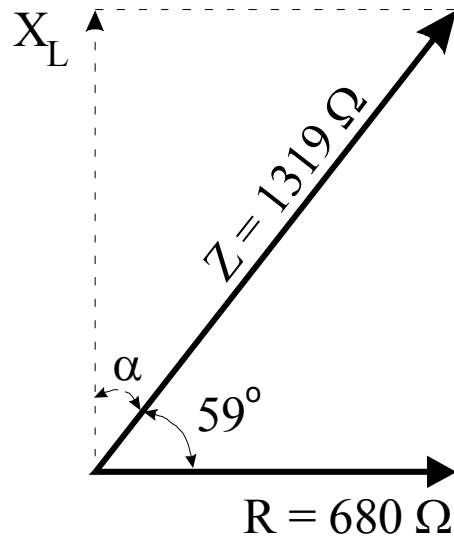
$$\cos \varphi = \frac{680}{1.319}$$

$$\cos \varphi = 0,515$$

Consultando-se uma tabela de cossenos ou usando-se uma calculadora, tem-se que:

$$\varphi = 59^\circ \text{ (circuito predominantemente indutivo)}$$

Pode-se ainda construir o gráfico fasorial de  $R$  e  $Z$  :



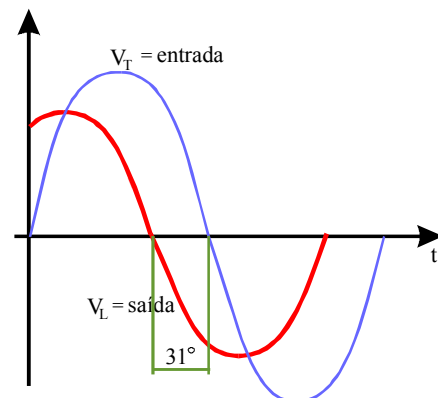
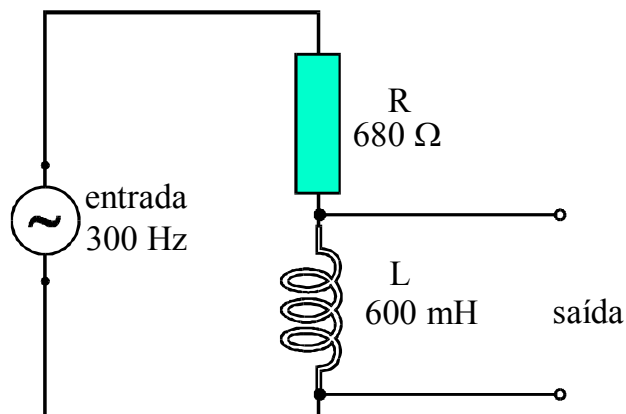
O ângulo entre  $Z$  e  $X_L$  pode ser determinado da seguinte forma:

$$\alpha = 90^\circ - \varphi$$

$$\alpha = 90^\circ - 59^\circ$$

$$\alpha = 31^\circ$$

Isto significa que a senóide de saída ( $V_L$ ) está  $31^\circ$  adiantada com relação à entrada, como ilustrado na figura abaixo.



**Exemplo 6:**

Determinar a defasagem entre a saída e a entrada na rede mostrada na figura abaixo.

**Solução :**

$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V_T}$$

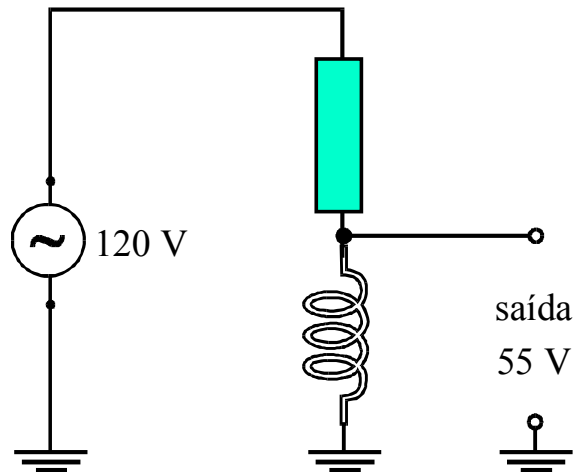
Determinação de  $V_R$  :

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

$$V_R = \sqrt{V_T^2 - V_L^2}$$

$$V_R = \sqrt{120^2 - 55^2}$$

$$V_R = 107V$$



$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V_T}$$

$$\cos \varphi = \frac{107 V}{120 V}$$

$$\cos \varphi = 0,89$$

$$\varphi = 27^\circ$$

Como  $\varphi < 45^\circ$  , o circuito é predominantemente resistivo.

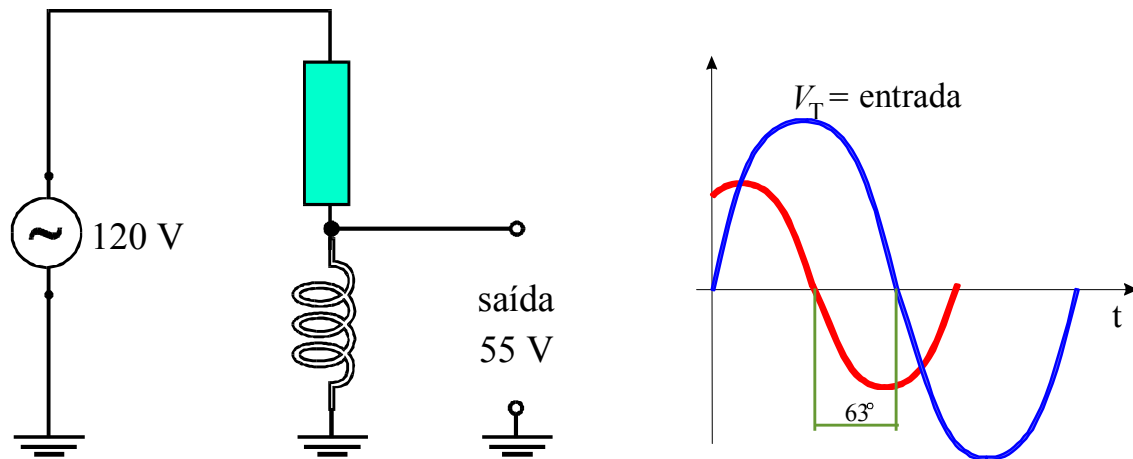
O ângulo entre  $V_L$  e  $V_T$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$\alpha = 90^\circ - 27^\circ$$

$$\alpha = 63^\circ$$



Isto significa que a tensão de saída está  $63^\circ$  adiantada em relação à da entrada, como ilustrado na figura abaixo.



# Apêndice

## QUESTIONÁRIO

1. Desenhe o gráfico senoidal e fasorial completo de um circuito RL série em corrente alternada.
2. Como se determina o ângulo de defasagem entre as tensões  $V_R$  e  $V_L$  de um circuito RL série em corrente alternada ?

## BIBLIOGRAFIA

- DAWES, CHESTER L. **Curso de Eletrônica; corrente alternada**. A course in electrical engineering. Trad. de João Protásio Pereira da Costa. 18.<sup>a</sup> ed., Porto Alegre, Globo, 1979, vol.4
- DEGEM SYSTEMS. **Circuitos elétricos de CA**. Is rall, Eletrônica Modular Panter. c1976. 163p. ilust.
- SENAI/DN. **Impedância**. Rio de Janeiro, Divisão de Ensino e Treinamento, 1980, 91p. (Módulo Instrucional: Eletricidade - Eletrotécnica, 18).
- VAN VALKEMBURGO, NOOGER & NEVILLE. **Eletricidade Básica**. 5.<sup>a</sup> ed., Rio de Janeiro, Freitas Bastos, 1960, vol.4. ilust.