

Sumário

Introdução	5
O circuito RLC série em corrente alternada	6
As tensões no circuito RLC série	9
Impedância do circuito RLC série	13
A corrente no circuito RLC série	15
Ressonância	17
Circuito RLC série na ressonância	22
Largura da faixa	25
Apêndice	27
Questionário	27
Bibliografia	27



Espaço SENAI

Missão do Sistema *SENAI*

Contribuir para o fortalecimento da indústria e o desenvolvimento pleno e sustentável do País, promovendo a educação para o trabalho e a cidadania, a assistência técnica e tecnológica, a produção e disseminação de informação e a adequação, geração e difusão de tecnologia.

Integração – Fortalecer o trabalho em equipe é essencial para a consecução dos objetivos e satisfação dos clientes externos e internos.

Introdução

Os aparelhos de som produzidos atualmente dispõem de muitos recursos e são ligados a caixas de som de alta qualidade, de forma que os sons graves são reproduzidos em um alto-falante e os agudos em outro.

Como é que esta separação entre graves e agudos acontece? Certamente esta pergunta já foi feita inúmeras vezes.

A resposta a essa pergunta está nos circuitos compostos por resistores, capacitores e indutores, denominados de circuitos RLC.

Este fascículo tratará do circuito RLC série e suas características, visando a fornecer os fundamentos indispensáveis para que seja possível compreender fenômenos como a “separação de graves e agudos”.



Para ter sucesso no desenvolvimento do conteúdo e atividades deste fascículo, o leitor já deverá ter conhecimentos relativos a:

- Indutores.
- Capacitores.
- Representação fasorial de parâmetros elétricos.

O circuito RLC série em corrente alternada

Um capacitor ligado em corrente alternada provoca a defasagem entre a corrente e a tensão. A tensão é atrasada 90° em relação à corrente, como ilustrado na **Fig.1**.

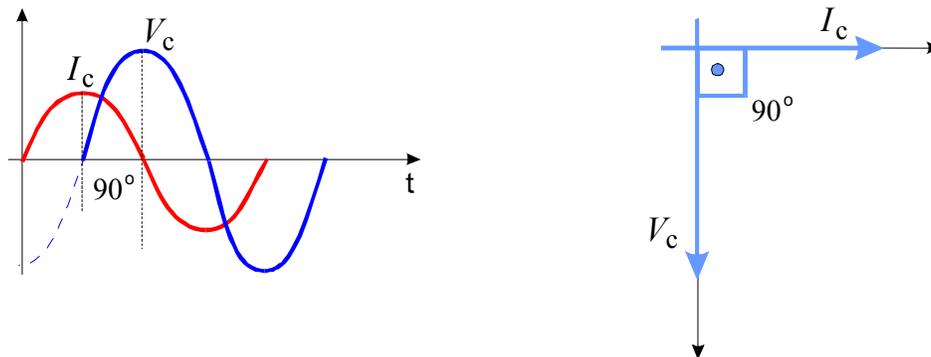


Fig.1 Defasagem entre corrente e tensão provocada por um capacitor.

Um indutor ligado em CA também provoca uma defasagem entre tensão e corrente. A tensão é adiantada 90° em relação a corrente, como mostrado na **Fig.2**.

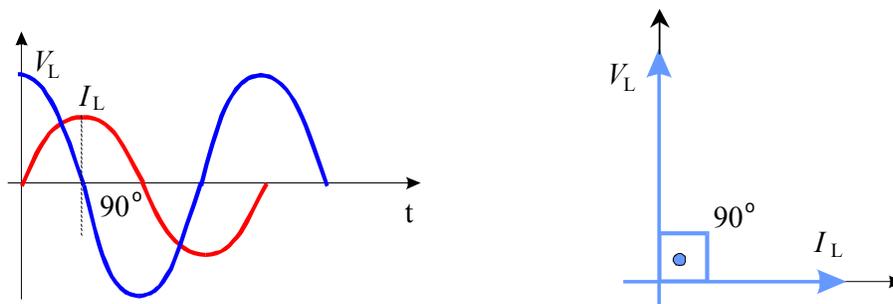


Fig.2 Defasagem entre corrente e tensão provocada por um indutor.

Comparando os gráficos fasoriais do capacitor e do indutor, verifica-se que os efeitos são simétricos entre si. Em relação à corrente, o capacitor atrasa a tensão e o indutor adianta.

Esta oposição entre os efeitos faz com que os circuitos formados por um resistor, um indutor e um capacitor ligados em série tenham um comportamento particular em CA.

Este comportamento pode ser estudado tomando-se como referência o circuito RLC série mostrado na **Fig.3**.

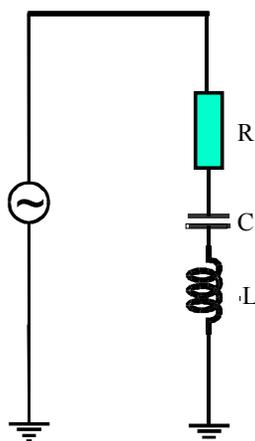


Fig.3 Circuito RLC série.

Como o circuito é série, a corrente elétrica é tomada como referência, por ser única em todo o circuito.

A corrente circulante provoca uma queda de tensão no resistor ($V_R = I \times R$) que está em fase com a corrente, como ilustrado na **Fig.4**.

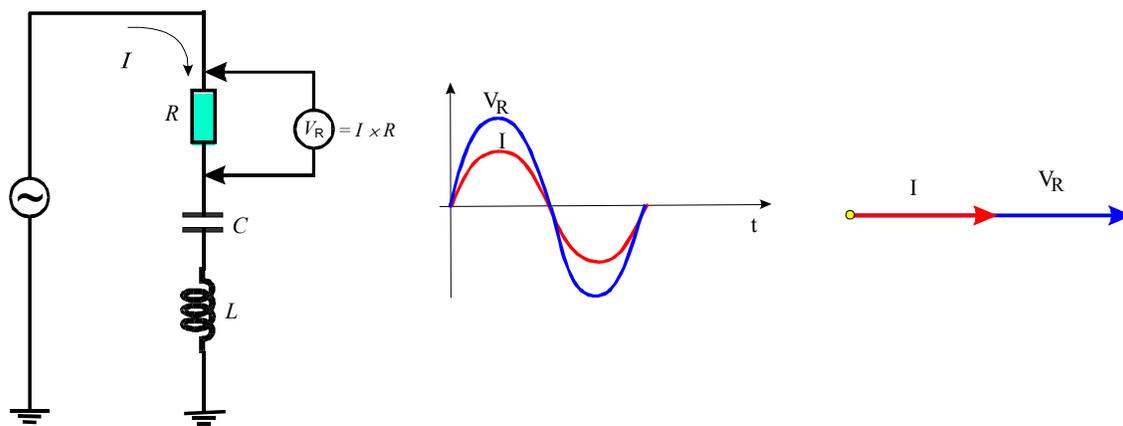


Fig.4 Queda de tensão em R.

A corrente provoca também uma queda de tensão no indutor ($V_L = I \times X_L$). A queda de tensão no indutor está 90° **adiantada** em relação à corrente, como ilustrado na **Fig.5**.

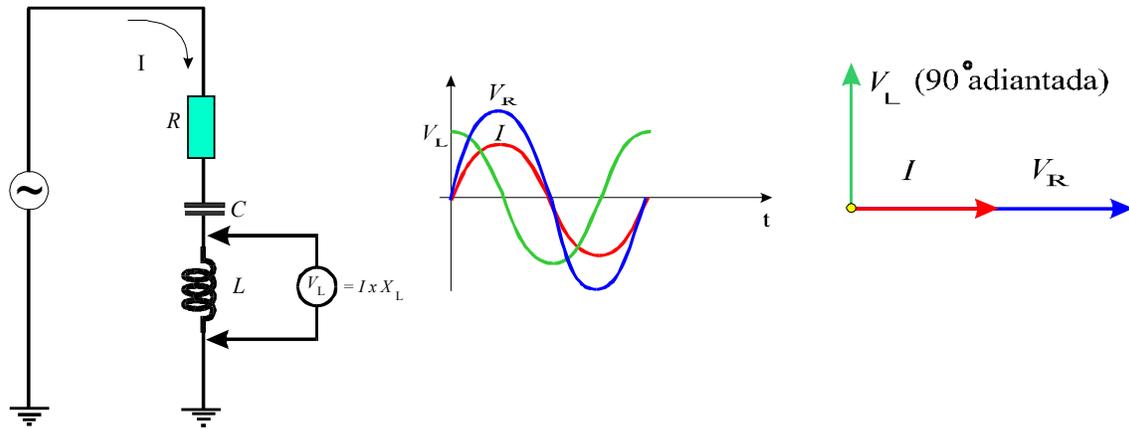


Fig.5 Queda de tensão no indutor.

Da mesma forma, ocorre uma queda de tensão no capacitor ($V_C = I \times X_C$). A queda de tensão no capacitor está 90° **atrasada** em relação à corrente, como pode ser visto na **Fig.6**.

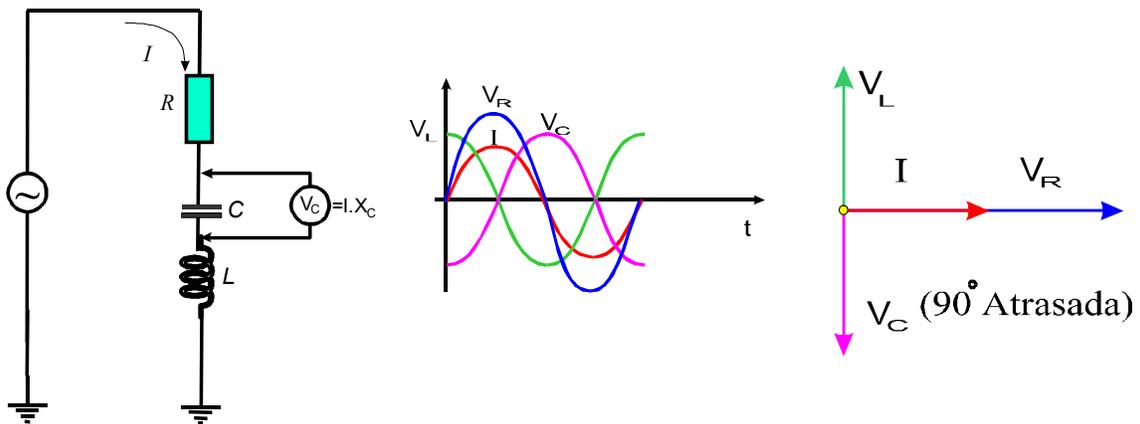


Fig.6 Queda de tensão no capacitor.

As tensões no circuito RLC série

No circuito RLC série existe uma única corrente (I) e três tensões envolvidas (V_R , V_L e V_C), conforme mostram os gráficos senoidal e fasorial da **Fig.7**.

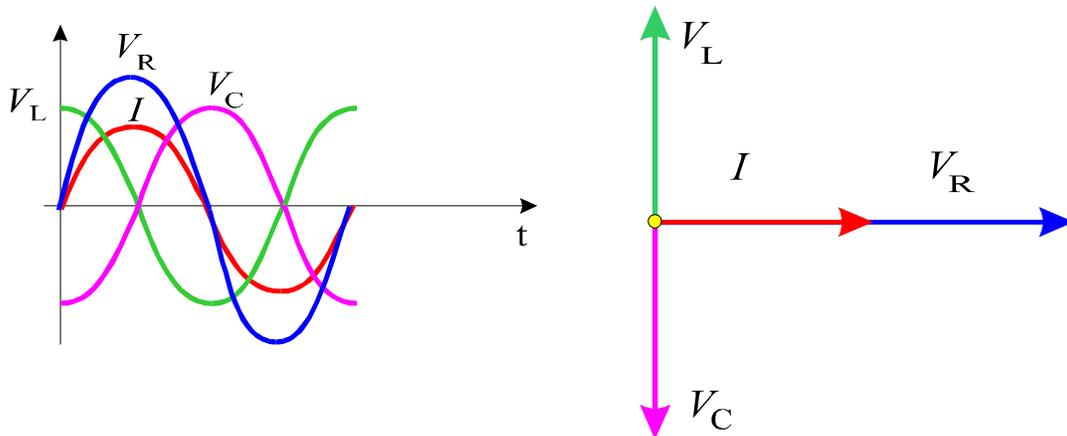


Fig.7 Gráficos senoidal e fasorial dos circuitos RLC série.

Desses gráficos, observa-se que a tensão no indutor e no capacitor estão em oposição de fases.

Retirando dos gráficos a corrente e a queda de tensão no resistor, pode-se ver claramente na **Fig.8** que V_L e V_C estão em oposição de fases.

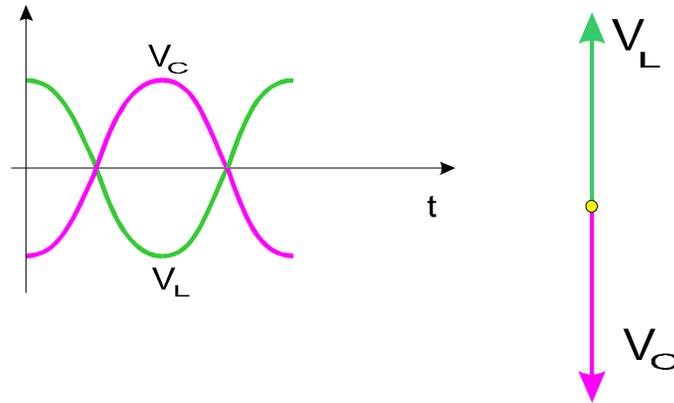


Fig.8 Queda de tensão no indutor e queda de tensão no capacitor em oposição de fases.

As tensões V_L e V_C em oposição de fase atuam uma contra a outra, subtraindo-se. Esta subtração entre V_L e V_C pode ser observada na prática, medindo-se os valores de V_C e V_L isoladamente e depois medindo-se o valor $V_C - V_L$, como ilustrado na **Fig.9**.

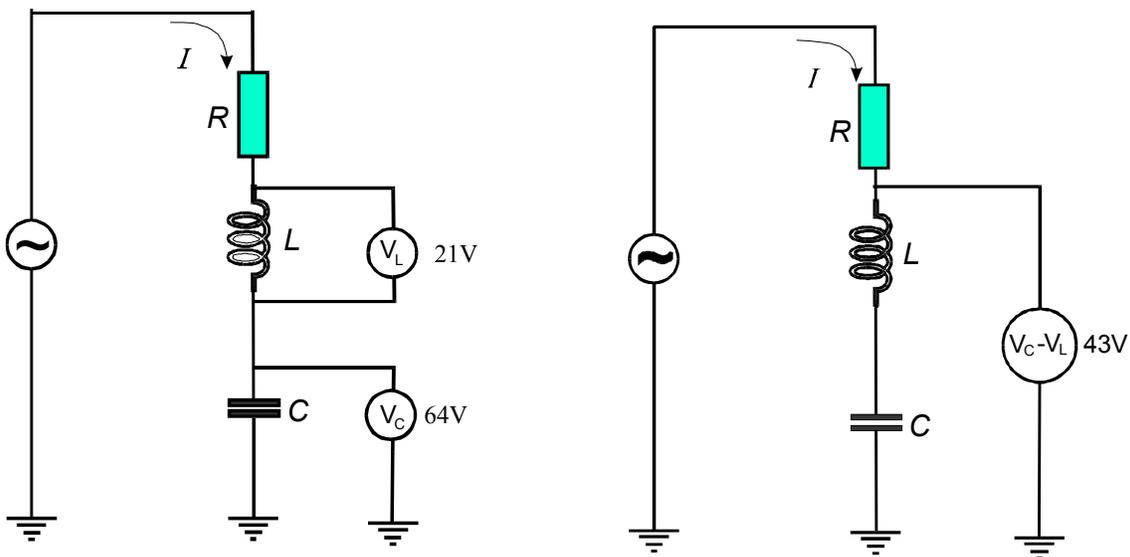


Fig.9 Tensão resultante $V_C - V_L$

Na **Fig.9**, a tensão resultante entre L e C é capacitiva porque a tensão V_C é maior que a tensão V_L .

Com base na subtração entre V_L e V_C , o sistema de três fasores (V_R , V_L e V_C) pode ser reduzido para dois fasores : $(V_C - V_L)$ e V_R ou $(V_L - V_C)$ e V_R . Esse comportamento pode ser visto nas **Fig.10**.

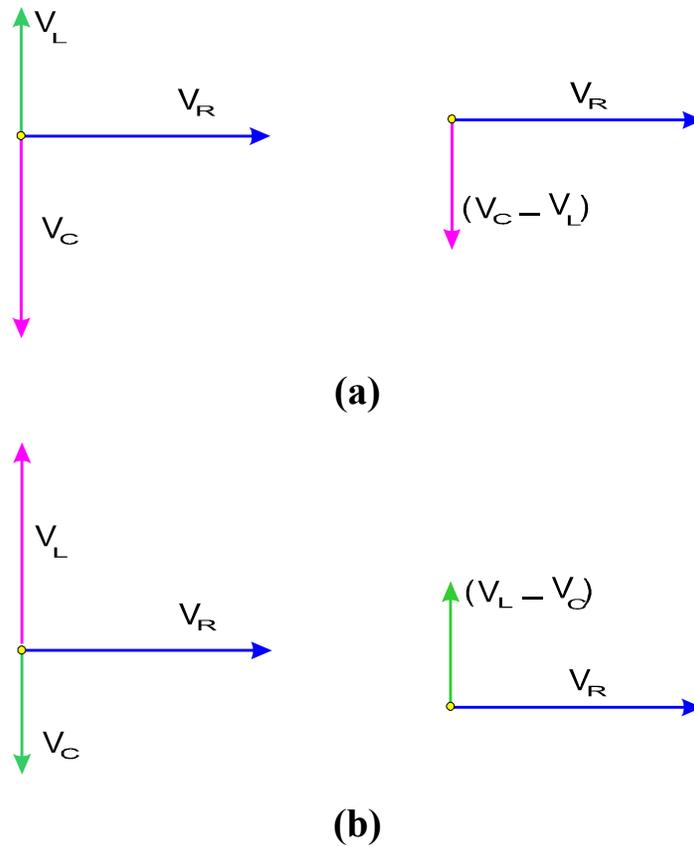
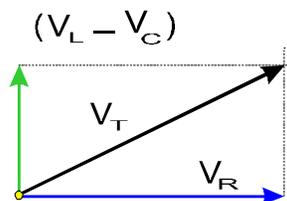


Fig.10 (a) Circuito RLC onde o efeito capacitivo é maior que o indutivo e
 (b) circuito RLC onde o efeito indutivo é maior que o capacitivo.

A partir do sistema de dois fasores defasados entre si de 90° , a tensão total V_T pode ser determinada pelo Teorema de Pitágoras.



$$V_T^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad (1)$$

Note que nesta equação, os termos V_L e V_C devem ser colocados sempre na ordem: maior menos o menor ($V_L - V_C$ ou $V_C - V_L$), de acordo com a situação. Isto é importante no momento em que for necessário isolar um dos termos (V_L ou V_C) na equação.

A seguir são mostrados dois exemplos de utilização da equação de tensão total.

Exemplo 1:

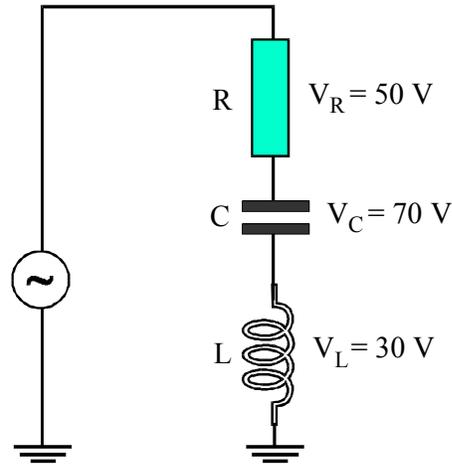
Determinar a tensão total aplicada ao circuito da figura abaixo.

Solução:

$$V_T^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$V_T = \sqrt{50^2 + (70 - 30)^2}$$

$$V_T = 64V$$



Exemplo 2:

Determinar o valor da queda de tensão no resistor.

Solução:

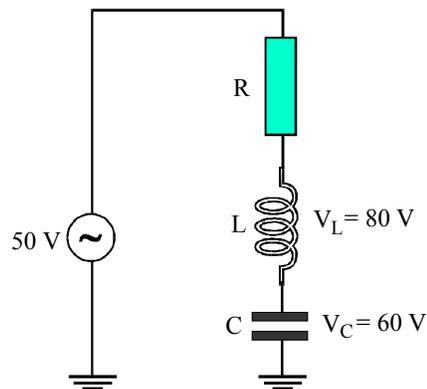
$$V_T^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$V_T^2 - (V_L - V_C)^2 = V_R^2$$

$$V_R = \sqrt{V_T^2 - (V_L - V_C)^2}$$

$$V_R = \sqrt{50^2 - 20^2}$$

$$V_R = 45,8V$$



Observe que $(V_L - V_C)$ foi tratado com um único termo para o dimensionamento da equação.

Impedância do circuito RLC série

A equação para determinar a impedância de um circuito RLC série pode ser encontrada a partir de um estudo do seu diagrama fasorial.

Dividindo-se cada um dos fasores V_L , V_R e V_C pela corrente I , tem-se :

$$X_L = \frac{V_L}{I} \qquad R = \frac{V_R}{I} \qquad X_C = \frac{V_C}{I}$$

Os valores X_L , R e X_C dão origem a um novo gráfico fasorial ilustrado na **Fig. 11**.

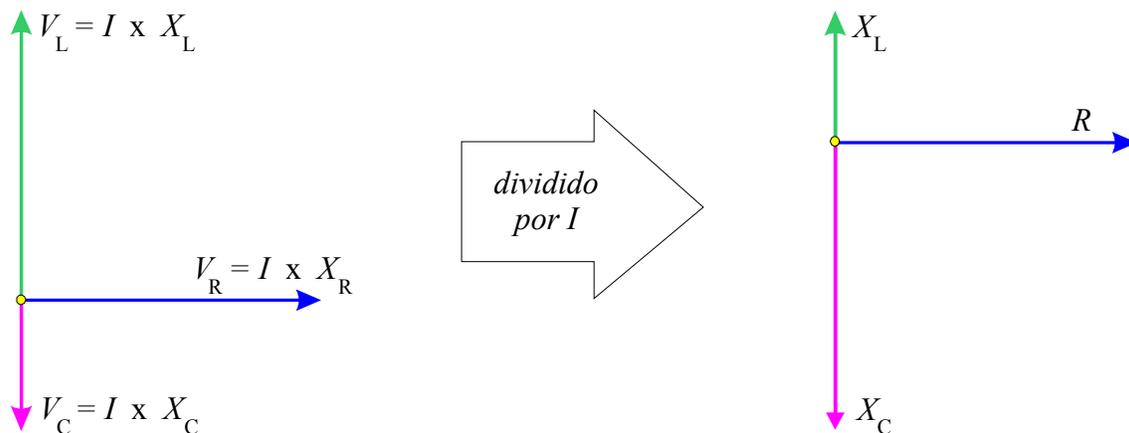
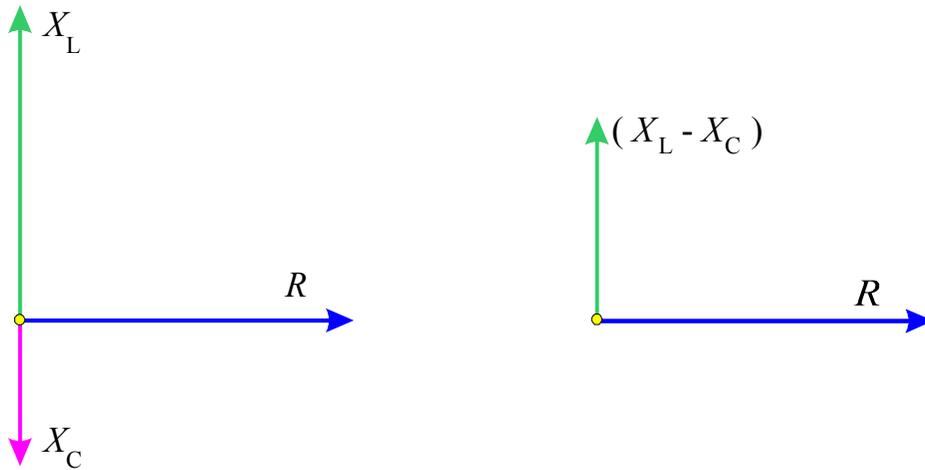


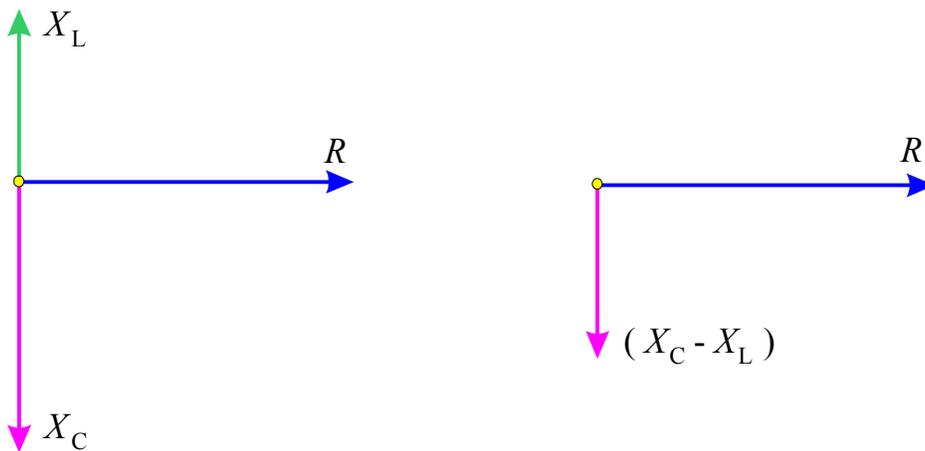
Fig.11 Diagrama fasorial de X_L , R e X_C

Pelo novo gráfico fasorial, observa-se que X_L e X_C estão em oposição de fase.

Com base nesta observação, o sistema de três fasores (X_L , R e X_C) pode ser reduzido apenas para dois, conforme ilustrado na **Fig.12**.



(a)



(b)

Fig.12 (a) Circuito RLC onde $X_L > X_C$ e (b) $X_C > X_L$

A partir do sistema de dois fasores defasados entre si de 90° , a resultante pode ser determinada pelo Teorema de Pitágoras :

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (2)$$

Nesta equação, os termos X_L e X_C devem ser colocados na ordem, maior menos o menor, conforme a situação ($X_L - X_C$ ou $X_C - X_L$).

A CORRENTE NO CIRCUITO RLC SÉRIE

A corrente no circuito RLC série depende da tensão aplicada e da impedância do circuito, conforme estabelece a Lei de Ohm para circuitos de corrente alternada:

$$I = \frac{V_T}{Z} \quad (3)$$

A seguir são mostrados dois exemplos que ilustram a utilização das equações da tensão total e da corrente no circuito RLC série.

Exemplo 3:

Determinar Z , I , V_R , V_L e V_T no circuito da figura abaixo.

Solução:

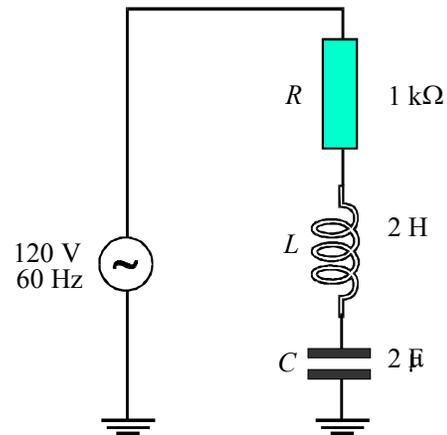
$$X_L = 2\pi \times f \times L \quad X_L = 6,28 \times 60 \times 2 \quad X_L = 754 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times f \times C} \quad X_C = 1.327 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{1.000^2 + (1.327 - 754)^2}$$

$$Z = 1.153 \Omega$$



$$I = \frac{V_T}{Z}$$

$$I = \frac{120}{1.153}$$

$$I = 0,104 \text{ A}$$

$$V_R = I \times R$$

$$V_R = 0,104 \times 1.000$$

$$V_R = 104 \text{ V}$$

$$V_L = I \times X_L$$

$$V_L = 0,104 \times 754$$

$$V_L = 78 \text{ V}$$

$$V_C = I \times X_C$$

$$V_C = 0,104 \times 1.327$$

$$V_C = 138 \text{ V}$$

Os resultados podem ser conferidos aplicando-se os valores de V_R , V_L e V_T na **Eq.(1)** da tensão total :

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2} = \sqrt{104^2 + (138 - 78)^2}$$

$$V_T = 120,07V$$

O resultado confere com o valor da tensão aplicada, comprovando que os valores de V_R , V_L e V_C estão corretos. A pequena diferença (0,07V) se deve aos arredondamentos realizados nos cálculos.

Exemplo 4:

Determinar Z , I , V_R , V_L e V_C no circuito da figura abaixo.

Solução:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times f \times C} = 1.592 \Omega$$

$$X_L = 2\pi \times f \times L = 2.512 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{1.200^2 + (2.512 - 1.592)^2}$$

$$Z = 1.512 \Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z}$$

$$I = \frac{50}{1.512}$$

$$I = 0,0331A$$

$$V_R = I \times R$$

$$V_R = 0,0331 \times 1.200$$

$$V_R = 39,7V$$

$$V_L = I \times X_L$$

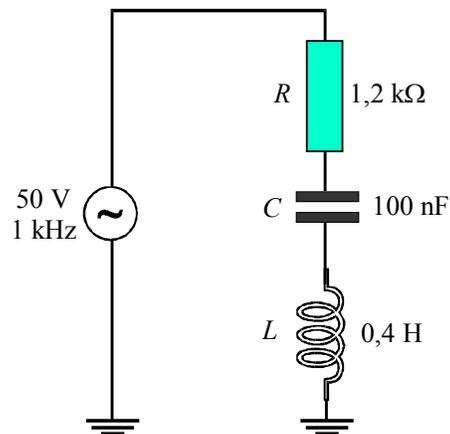
$$V_L = 0,0331 \times 2.512$$

$$V_L = 83,1V$$

$$V_C = I \times X_C$$

$$V_C = 0,0331 \times 1.592$$

$$V_C = 52,7V$$



Os resultados podem ser comprovados solicitando-se os valores de V_R , V_L e V_T na **Eq.(1)** da tensão total.

Ressonância

A reatância de um indutor cresce à medida que a frequência da rede CA aumenta. Por exemplo, para um indutor de 1H conectado a um gerador de sinais, tem-se a relação apresentada na **Tabela 1**.

Tabela 1 Relação entre frequência do gerador e reatância de um indutor de 1H.

Frequência do gerador	Reatância do indutor
500 Hz	3.140 Ω
1000 Hz	6.280 Ω
1500 Hz	9.420 Ω
2000 Hz	12.560 Ω

Colocando-se os dados em um gráfico, observa-se que a reatância de um indutor cresce linearmente com o aumento da frequência, como ilustrado na **Fig.13**.

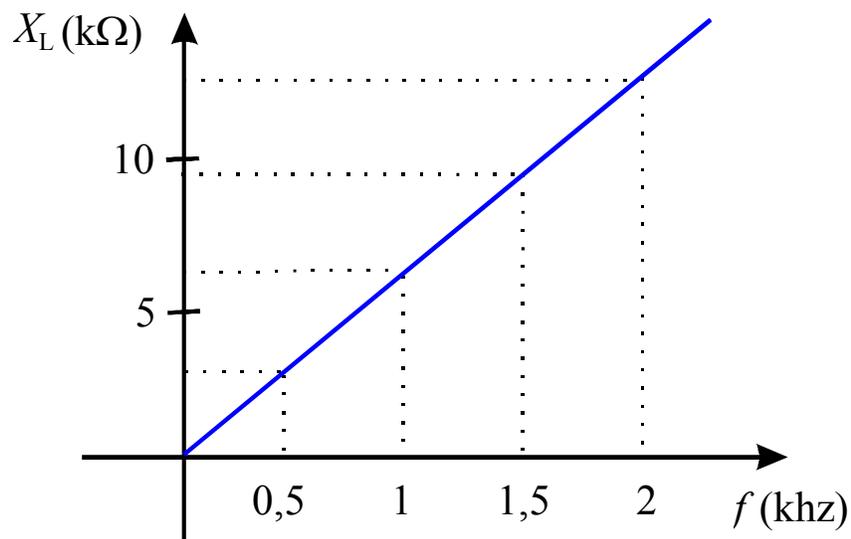


Fig.13 Reatância indutiva versus frequência do gerador.

A reatância de um capacitor decresce com o aumento da frequência do gerador de CA.

Por exemplo, para um capacitor de $0,02\mu\text{F}$ conectado a um gerador de sinais, tem-se a relação apresentada na **Tabela 2**.

Tabela 2 Relação entre a frequência do gerador e reatância de um capacitor de $0,02\mu\text{F}$.

Frequência do gerador	Reatância do capacitor
500 Hz	15.923Ω
1.000 Hz	7.961Ω
1.500 Hz	5.307Ω
2.000 Hz	3.980Ω

A colocação dos valores num gráfico mostra a queda da reatância capacitiva com o aumento da frequência, como ilustrado na **Fig.14**.

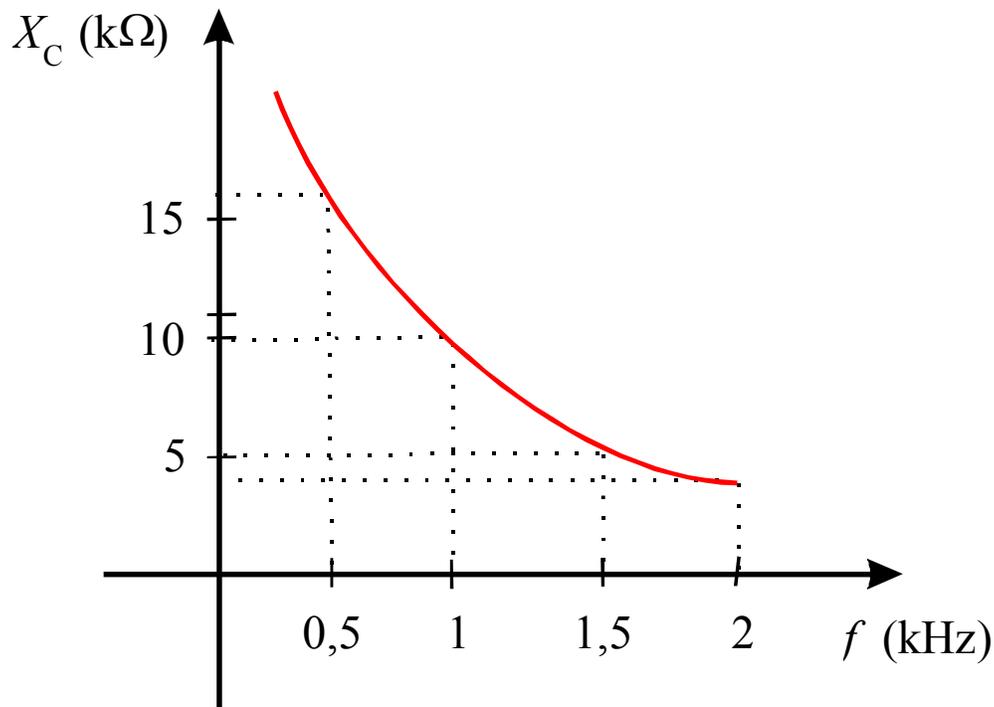


Fig.14 Reatância capacitiva versus frequência do gerador.

Sobrepondo-se os gráficos da reatância capacitiva e reatância indutiva, verifica-se que existe uma determinada frequência na qual X_L e X_C são iguais, como mostrado na **Fig.15**.

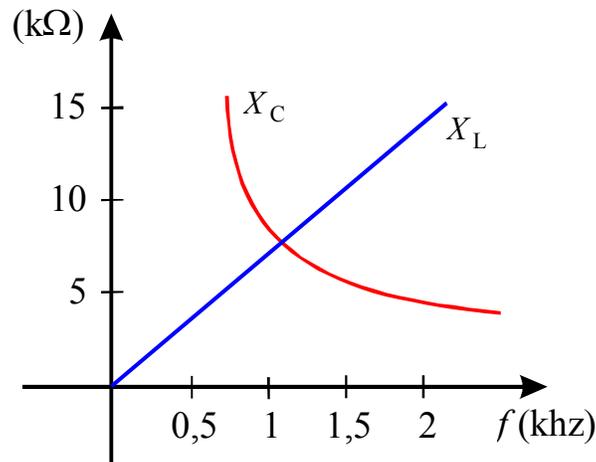


Fig.15 Frequência para qual X_L e X_C são iguais.

Esta frequência onde $X_L = X_C$, é determinada de **frequência de ressonância**, representada pela notação f_R .



Frequência de ressonância (f_R) é aquela em que X_C e X_L são iguais.

Qualquer circuito que contenha um capacitor e um indutor (em série ou em paralelo) tem uma frequência de ressonância.

A equação para a determinação da frequência de ressonância de um circuito LC pode ser deduzida a partir do fato de que $X_L = X_C$, ou seja :

$$2\pi \times f_R \times L = \frac{1}{2\pi \times f_R \times C}$$

Desenvolvendo-se a proporção, tem-se que:

$$f_R = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 \times L \times C}}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \times C}} \quad (4)$$

onde

f_R = frequência de ressonância em hertz

L = indutância em henry

C = capacitância em farad.

Note que se a capacitância for dada em μF , a frequência de ressonância em Hz será calculada pela seguinte equação:

$$f_R = \frac{1.000}{2\pi\sqrt{L \times C}}$$

A seguir são apresentados dois exemplos de cálculo da frequência de ressonância.

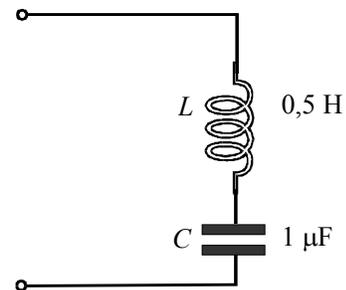
Exemplo 5:

Determinar a frequência de ressonância do circuito da figura abaixo.

Solução:

$$f_R = \frac{1.000}{2\pi\sqrt{L \times C}} = \frac{1.000}{6,28\sqrt{0,5 \times 1}}$$

$$f_R = 225,22\text{Hz}$$



Pode-se conferir o resultado calculando-se os valores de X_L e X_C em 225,22Hz.

$$1\mu\text{F em } 225,22\text{Hz}$$

$$X_C = 707,02\Omega$$

$$0,5\text{H em } 225,22\text{Hz}$$

$$X_L = 707,19\Omega$$

A pequena diferença se deve aos arredondamentos realizados nos cálculos.

Exemplo 6:

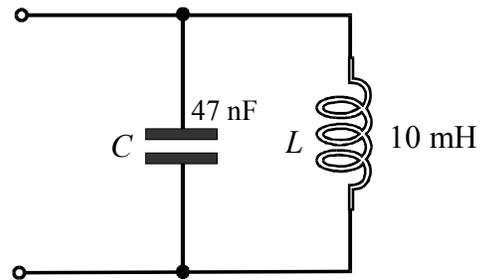
Determinar a frequência de ressonância do circuito da figura abaixo.

Solução:

$$f_R = \frac{1.000}{2\pi\sqrt{L \times C}}$$

$$f_R = \frac{1.000}{6,28\sqrt{0,01 \times 0,047}}$$

$$f_R = 7.347,5\text{Hz}$$



Circuito RLC série na ressonância

O comportamento de um circuito RCL série na frequência de ressonância pode ser estudado tomando-se como base um circuito RLC série qualquer ligado a uma fonte de CA. A **Fig.16** mostra um circuito RLC série.

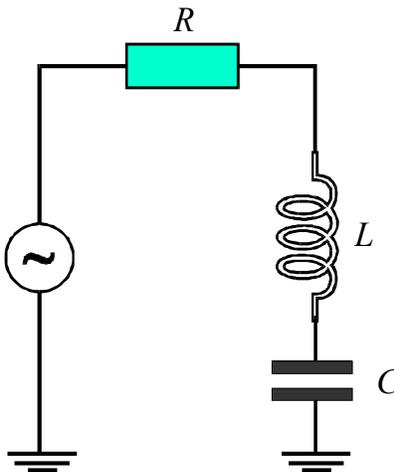


Fig.16 Circuito RLC série.

A impedância do circuito RLC série é dada pela **Eq.(2)** :

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Se o gerador fornece uma CA na frequência da ressonância, tem-se:

$$X_L = X_C$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2}$$

Portanto, em circuito RLC na frequência de ressonância, $Z = R$.

A **Fig.17** mostra o gráfico do comportamento da impedância de um circuito RLC série em CA.

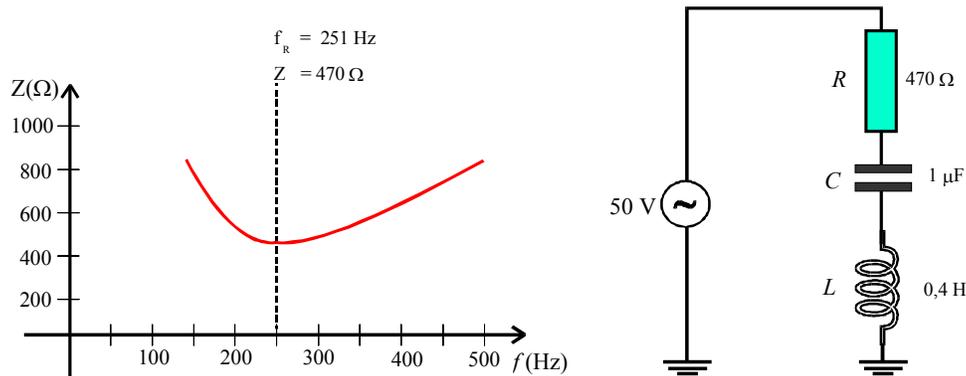


Fig.17 Impedância versus frequência em circuito RLC série em CA.

O que se verifica é que na frequência de ressonância, capacitor e indutor se anulam mutuamente, fazendo com que a impedância seja mínima e igual ao valor do resistor.

 **Um circuito RLC série tem a impedância mínima na frequência de ressonância.**

Isto significa que na ressonância circula a corrente máxima em um circuito RLC série, conforme mostra o gráfico da **Fig.18**.

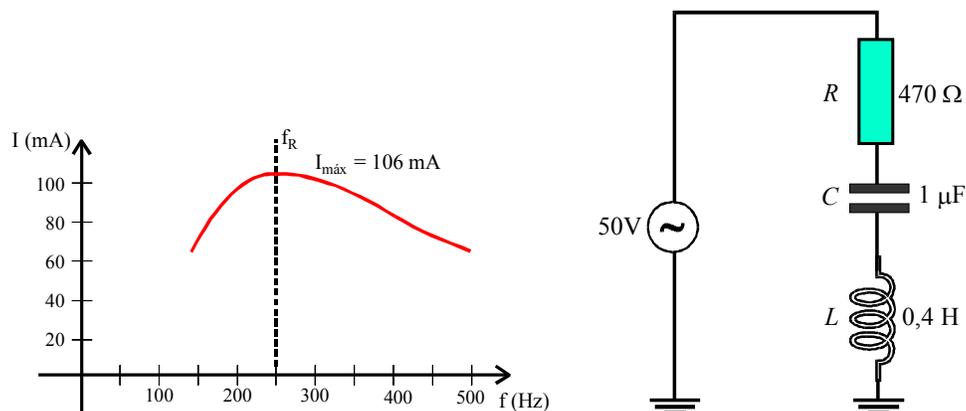


Fig.18 Corrente máxima no circuito RLC série na ressonância.

A seguir é mostrado um exemplo de cálculo de circuito RLC série na ressonância.

Exemplo 7:

Determinar a corrente máxima que pode circular no circuito da figura abaixo se a frequência do gerador for variável.

Determinar também as tensões V_{AB} , V_{BC} e V_{AC} na ressonância. Considere 7.345 Hz como sendo a frequência de ressonância.

Solução:

A corrente máxima do circuito RLC série ocorre na ressonância, ou seja, onde $Z = R$. Portanto:

$$I = \frac{V_T}{Z}$$

Como na ressonância $Z = R$, tem-se que:

$$I_{\text{máx}} = \frac{10}{220} \qquad I_{\text{máx}} = 45,45\text{mA}$$

$$V_{AB} = V_L = I \times X_L \qquad X_L = 2\pi \times f \times L = 6,28 \times 7.345 \times 0,047 = 2.169 \Omega$$

$$V_L = 0,04545 \times 2.169 = 98,58\text{V}$$

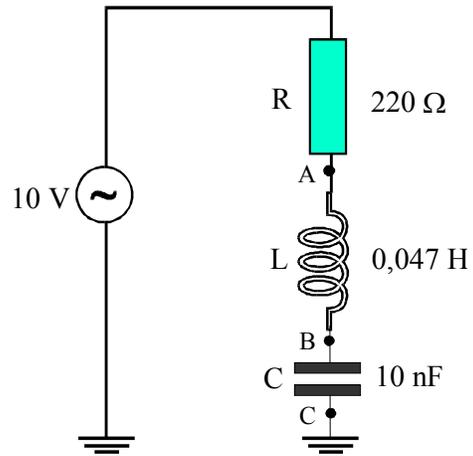
$$V_{BC} = V_C = I \times X_C \qquad X_C = 2.169 \Omega \text{ (igual a } X_L)$$

$$V_C = 0,04545 \times 2.169 = 98,58\text{V}$$

$$V_{AC} = V_L - V_C = 98,58 - 98,58 = 0$$

Conclui-se que a tensão fornecida pela fonte está aplicada sobre o resistor.

$$V_R = I \times R \qquad V_R = 0,04545 \times 220 \qquad V_R = 10\text{V.}$$



LARGURA DA FAIXA

A largura de faixa, denominada em inglês de **bandwidth**, é definida como a faixa de frequência em que a corrente do circuito RLC série se mantém em um valor maior que 70,7% da corrente máxima ($I = I_{\text{máx}} \times 0,707$).

A determinação da largura de faixa no gráfico típico de corrente do circuito RLC série aparece na **Fig.19**.

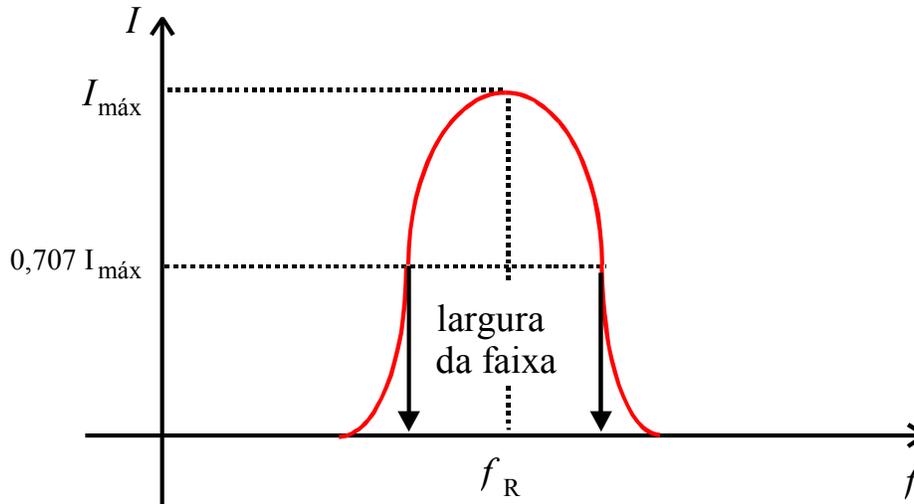


Fig.19 Largura de faixa.

A largura de faixa depende da capacitância do capacitor e da indutância do indutor.

De acordo com os valores utilizados, é possível estender ou comprimir a largura de faixa de um circuito RLC, como mostrado na **Fig.20**.

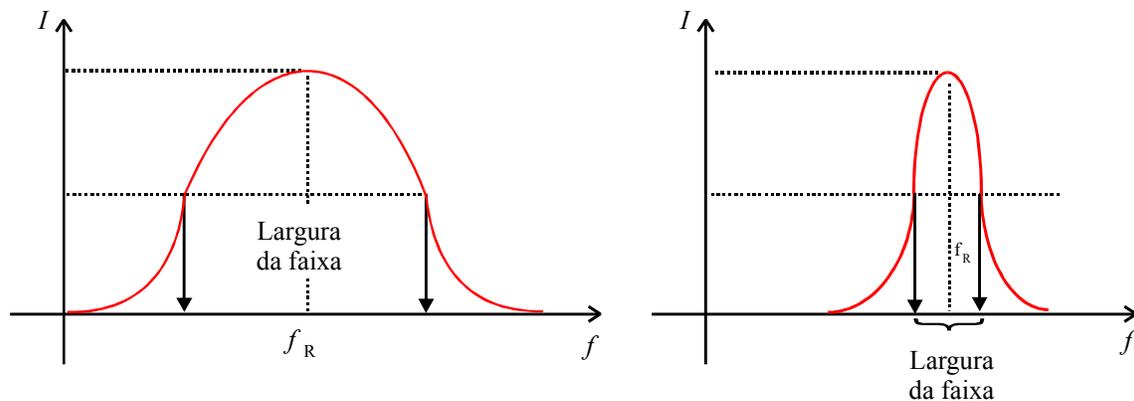


Fig.20 Variação da largura de faixa.

Esta característica é aproveitada para realizar a seleção de frequências.

A **Fig.21** mostra como é possível obter um circuito seletor de frequência.

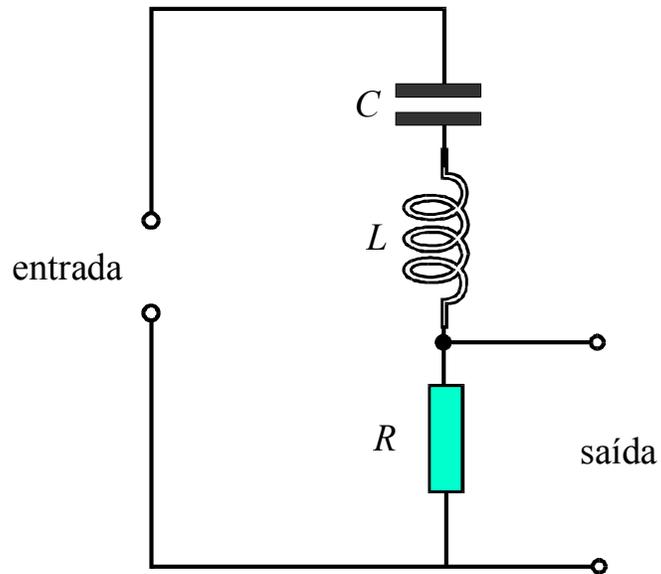


Fig.21 Circuito seletor de frequência.

Nesse circuito, a tensão de saída (V_R) atinge o seu valor máximo na frequência de ressonância, decrescendo à medida que a frequência aplicada a entrada se afasta da frequência de ressonância. Este princípio é aproveitado em filtros para caixas de som.

Apêndice

QUESTIONÁRIO

1. Esboce os gráficos senoidal e fasorial das tensões e das correntes de um circuito RLC série em corrente alternada.
2. Como se determina a impedância de um circuito RLC série ?
3. O que se entende por frequência de ressonância ?
4. Para que frequência ocorre a impedância mínima em um circuito RLC série ?

BIBLIOGRAFIA

- DAWES, CHESTER L. Curso de Eletrônica; Corrente Alternada. A course in electrical engineering Trad. de João Protásio Pereira da Costa. 18^a. ed., Porto Alegre, Lobo, 1979, vol.4.
- VAN VALKENBURG, NOOGER & NEVILLE. Eletricidade Básica. 5^a. ed., Rio de Janeiro, Freitas Bastos, 1960, vol. 4 ilustr.